

# MATEMATIKA

Amaia URABAYEN NUÑEZ

ESTADISTIKA PROIEKTU BATEN  
PROPOSAMENA LEHEN  
HEZKUNTZAKO 3. MAILAKO  
IKASLEENTZAT

TFG/*GBL* 2020



Facultad de Ciencias Humanas y Sociales  
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria  
/  
*Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua*



**Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua**  
**Grado en Maestro en Educación Primaria**

Gradu Bukaerako Lana  
Trabajo Fin de Grado

**MATEMATIKAREN IKASKUNTZARAKO**  
**JARDUEREN DISEINUA**

Amaia URABAYEN NUÑEZ

GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES

**NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA**  
**UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA**

**Ikaslea / Estudiante**

Amaia URABAYEN NUÑEZ

**Izenburua / Título**

Matematikaren ikaskuntzarako jardueren diseinua

**Gradu / Grado**

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua / Grado en Maestro en Educación Primaria

**Ikastegia / Centro**

Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea / Facultad de Ciencias Humanas y Sociales

Nafarroako Unibertsitate Publikoa / Universidad Pública de Navarra

**Zuzendaria / Director-a**

Jaione ABAURREA LARRAYOZ

**Saila / Departamento**

Estatistika, Informatika eta Matematika / Estadística, Informática y Matemáticas

**Ikasturte akademikoa / Curso académico**

2019/2020

**Seihilekoa / Semestre**

Udaberria / Primavera

## Hitzaurrea

2007ko urriaren 29ko 1393/2007 Errege Dekretua, 2010eko 861/2010 Errege Dekretuak aldatuak, Gradu ikasketa ofizialei buruzko bere III. kapitulu hau ezartzen du: “ikasketa horien bukaeran, ikasleek Gradu Amaierako Lan bat egin eta defendatu behar dute [...] Gradu Amaierako Lanak 6 eta 30 kreditu artean edukiko ditu, ikasketa planaren amaieran egin behar da, eta tituluarekin lotutako gaitasunak eskuratu eta ebaluatu behar ditu”.

Nafarroako Unibertsitate Publikoaren Lehen Hezkuntzako Irakaslearen Graduak, ANECAk egiaztatutako tituluaren txostenaren arabera, 12 ECTSko edukia dauka. Abenduaren 27ko ECI/3857/2007 Aginduak, Lehen Hezkuntzako irakasle lanetan aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizialak egiaztatzeko baldintzak ezartzen dituenak arautzen du titulu hau; era subsidiarioan, Unibertsitatearen Gobernu Kontseiluak, 2013ko martxoaren 12ko bileran onetsitako Gradu Amaierako Lanen arautegia aplikatzen da.

ECI/3857/2007 Aginduaren arabera, Lehen Hezkuntzako Irakaslearen ikasketa-plan guztiak hiru modulutan egituratzen dira: lehena, oinarrizko prestakuntzaz arduratzen da, eduki sozio-psiko-pedagogikoak garatzeko; bigarrena, didaktikoa eta diziplinakoa da, eta diziplinen didaktika biltzen du; azkenik, Practicum daukagu, zeinean graduako ikasleek eskola praktiketan lortu behar dituzten gaitasunak deskribatzen baitira. Azken modulu honetan dago Gradu Amaierako Lana, irakaskuntza guztien bidez lortutako gaitasun guztiak islatu behar dituen. Azkenik, ECI/3857/2007 Aginduak ez duenez zehazten gradua lortzeko beharrezkoak diren 240 ECTSak nola banatu behar diren, unibertsitateek ahalmena daukate kreditu kopuru bat zehazteko, aukerako irakasgaiak ezarri, gehienetan.

Beraz, ECI/3857/2007 Agindua betez, beharrezkoa da ikasleak, Gradu Amaierako Lanean, erakus dezan gaitasunak dituela hiru moduluetan, hots, oinarrizko prestakuntzan, didaktikan eta diziplinan, eta Practicumean, horiek eskatzen baitira Lehen Hezkuntzako Irakasle aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizial guztietan.

Lan honetan, oinarrizko prestakuntzako moduluak, marko teorikoan zehazten direnak, hezkuntza on bat aurrera eramateko arlo pedagogiko eta psikologikoak kontutan hartu behar direla kontutan hartzen du. Bertan psikologo eta pedagogo ezberdinen teoriak aurkezten dira, Jean Piageten etapak edo Howard Gardnerren *Adimen Anitzen Teoria*, esate baterako.

Didaktika eta disziplinako moduluak, proposamenaren atalean nabarmentzen dena, bidea ematen du matematikaren inguruko nozioak aztertu eta proposamen ezberdinak eraikitzeko. Horretarako Matematikaren didaktikan diren autoreen argibideak jarraitu dira, Abaurrek eta Lasak *“Matematikaren didaktika”* liburuan azaltzen diren estatistikaren oinarriak, adibidez.

Halaber, Practicum modulua/ak... (bidea eman digu...; garatzen da...; esparrua ematen dio; (e)an zehazten da... Hitz batez, ikasleak esan behar du Practicum modulua non nabarmentzen den eta zer ekartzen dion lanari).

Halaber, proposamenaren moduluak aukera ematen du teoria eta praktika lotzeko, hau da, oinarri teorikoan aztertutako nozioak erabiliz errealitatean aurrera eraman daitekeen proposamen bat diseinatzeko aukera eman du. Aspektu hauek lanaren bigarren atalean nabarmenduko dira, proposamenaren atalean alegia.

Beste alde batetik, ECI/3857/2007 Aginduak ezartzen du, Gradua amaitzerako, ikasleek gaztelaniazko C1 maila eskuratuta behar dutela. Horregatik, hizkuntza gaitasun hau erakusteko, hizkuntza honetan idatziko dira *“Aurrekariak, helburuak eta justifikazioa”* eta *“Ondorioak”* atalak, baita hurrengo atalean aipatzen den laburpen derrigorrezkoa ere.

## Laburpena

Gradu amaierako lan honetan Lehen Hezkuntzako 3. mailako ikasleekin matematikako arloan burutzeko proiektu didaktiko baten proposamena aurkezten da, estatistika eta zenbakikuntzari dagozkien edukiak modu integralean lantzeko helburuz. Proposamena aurrera eramateko eta honen helburu zein edukiak zehazteko Nafarroako Curriculumak kontuan hartu da; horretarako, ikasleen mailari dagozkion edukiak multzoka aztertutako dira. Garrantzitsua da aipatzea lan honen metodologia konstruktibismoan oinarrituta dagoela, hau da, ikaslearen ekintzan eta esperimentazioan oinarritzen den teoria pedagogikoa. Era berean, matematikaren inguruko ezagutzak irakasteko moduari dagokionez, Singapurren sortutako ereduan oinarritzen da. Hori guztia modu egokian praktikara eraman ahal izateko, proposamen didaktikoarekin hasi baino lehen gaiarekin erlazionatutako eduki teorikoak xehetasunez azaldu dira: haurren garapen kognitiboa, teoria pedagogikoak, estatistikaren oinarriak eta Singapurreko ereduak.

*Hitz gakoak:* estatistika; proiektua; proposamena; Lehen Hezkuntza; Singapur,

## Resumen

En este Trabajo de Fin de Grado se presenta un proyecto didáctico para llevar a cabo con alumnos de 3º de Primaria en la asignatura de Matemáticas, que tiene como objetivo trabajar los contenidos referidos a la estadística y la numeración de manera integral. Para fijar los contenidos de esta propuesta se ha tenido en cuenta el Currículum de Educación Primaria de Navarra; para eso, se han analizado los contenidos del nivel en el que están los alumnos. Es importante mencionar que este trabajo se ha basado en la metodología constructivista, es decir, en la teoría pedagógica que se basa en la acción y la experimentación de los propios alumnos. Del mismo modo, en cuanto a la manera de enseñar los conocimientos matemáticos, se ha seguido el modelo de Singapur. Para poder llevar todos esos conocimientos a la práctica de una manera adecuada, se han explicado detalladamente los contenidos teóricos relacionados con el tema: el desarrollo cognitivo de los niños, las teorías pedagógicas, los elementos base de la estadística y el método Singapur.

*Palabras clave:* estadística; proyecto; propuesta; Educación Primaria; Singapur

## **Abstract**

This End of Degree Project presents a didactic project to be carried out with students of 3rd grade of Primary School in the subject of Mathematics, which aims to work the contents referred to statistics and numbering in an integrated way. In order to establish the contents of this proposal, the Primary Education Curriculum of Navarre has been taken into account; for this purpose, the contents of the level of the students have been also analysed. It is important to mention that this work has been based on constructivist methodology, that is, on the pedagogical theory that is based on the action and experimentation of the students themselves; likewise, the Singapore method has been followed. In order to put all this knowledge into practice in an appropriate way, all theoretical contents related to the subject have been explained in detail: the cognitive development of children, pedagogical theories, the basic elements of statistics and the Singapore method.

*Keywords:* statistics; project; proposal; Primary Education; Singapur



## Aurkibidea

### Aurrekariak, helburuak eta justifikazioa

<b>1. Marko teorikoa</b>	<b>10</b>
1.1. Haurren garapen kognitiboa eta adimena	10
1.1.1. Adimenaren definizioa	10
1.1.2. Howard Gardnerren adimen anitzak	11
1.1.3. Funtzio kognitibo motak	14
1.1.4. Jean Piageten etapak	17
1.1.5. Pentsamendu logiko-matematikoaren ezaugarriak	23
1.2. Teoria pedagogikoak	26
1.2.1. Enpirismoaren printzipioak eta matematikarekin harremana	26
1.2.2. Konstruktibismoa eta matematikarekin duen harremana	28
1.3. Egoera Didaktikoen Teoria	33
1.3.1. Akzio fasea	34
1.3.2. Formulazio fasea	34
1.3.3. Balidazio fasea	34
1.3.4. Instituzionalizazioa	35
1.4. Nafarroako Lehen Hezkuntzako Curriculumaren deskribapena	36
1.5. Estatistika proiektu baten oinarriak	38
1.5.1. Estatistikaren aplikazioa Lehen Hezkutzan	38
1.5.2. Estatistikaren elementuak	39
<b>2. Proposamen didaktikoa</b>	<b>49</b>
2.1. Taldearen ezaugarriak eta testuingurua	50
2.2. Helburu didaktikoak	51
2.2.1. Helburu orokorrak	51
2.2.2. Helburu zehatzak	51
2.3. Itxaropenak	52
2.4. Oinarrizko gaitasunak	53
2.5. Edukiak	54
2.6. Baliabideak	56

2.6.1. <i>Giza baliabideak</i>	57
2.6.2. <i>Baliabide materialak</i>	57
2.6.3. <i>Denbora eta espazio baliabideak</i>	57
2.7. Metodologia eta ikasleen antolaketa	58
2.7.1. <i>Metodologia kooperatiboa</i>	59
2.7.2. <i>Puzzle metodologia</i>	61
2.8. Proiektua	63
2.8.1. <i>Azpi-proiektuen ezaugarriak</i>	65
2.8.2. <i>Estatistika proiektuaren faseak</i>	66
2.8.3. <i>Proiektua unitate didaktiko baten barne</i>	66
2.9. Azpi-proiektuak	67
2.9.1. <i>Lehenengo azpi-proiektua: aldagai kuantitatibo diskretua</i>	67
2.9.2. <i>Bigarren azpi-proiektua: aldagai kualitatiboa</i>	77
<b>Ondorioak</b>	
<b>Erreferentziak</b>	
<b>Eranskinak</b>	
<b>Eranskinak I</b>	



## **AURREKARIAK, HELBURUAK ETA JUSTIFIKAZIOA**

Argi dago matematikak bai hezkuntza-sisteman eta bai gizartean duen garrantzia. Hezkuntzako lehen urteetatik arlo honen lanketa egiten da eta ez dago horren beharraren inguruko eztabaidarik; izan ere, matematikak gure egunerokoan aplikagarritasun handia dauka.

Bizitzako edozein egoeran matematika arloaren barne sar daitezkeen edukiak agertzen dira, modu esplizitu edo inplizituan: erosketak egitean ordaintzeko kalkuluak egiterakoan, distantzia zehatz bat egitea zenbait kostatuko zaigun kalkulatzekoan, sukaldatzean likidoak edukiontzi batetik bestera pasatzean, asteburuan euria egingo duen probabilitatearen inguruan mintzatzean... Eguneroko egoeraz gain, gizakiak egindako aurrerapenetan (infrastruktura berriak, teknologia berriak, energiaren kudeaketa...) matematikari buruzko edukiak oinarrizkoak dira.

Gure hezkuntzako lehenengo urteak gogoratuz gero, beharbada ez dugu arteari buruz ikasitako ezagutza handiak gogoratuko, baina bai gogoratuko dugu matematikaren oinarrizko edozein eduki (magnitude desberdinen neurketak, zenbaketa, zenbakien idazkera eta esanahia, biderketa taulak, problemak...), txikitatik ariketa mota horiek egiten ibili garelako eta seguraski ez ditugu oraindik ahaztu, horien aplikagarritasuna ere kontuan hartuz, aipatu dugun moduan. Hortaz, matematikak hezkuntzan duen presentzia handia ezin da ukatu, baina, nola ikasi ditugu eduki horiek? Hau da, zein izan da gure irakaskuntza prozesuan irakasleek erabilitako metodologia?

Lehen Hezkuntzan edo DBHn egindako ariketak gogoratuz gero, horien egitura oso errepikakorra zela ikusiko dugu eta, beharbada, ariketa gehienek eginbeharrak ere gogoratuko ditugu. Izan ere, ariketak oso mekanikoak bihurtzen ziren, horiek duten aplikagarritasuna ahaztuz eta mundu errealekin erlazionatzearen garrantzia alde batera utziz.

Matematikaren oinarriak eguneroko bizitzan aurkitzen ditugun arazoei aurre egiteko balio badute, ordea, zergatik klaseetan egiten diren ariketa gehienak modu isolatuan lantzen dira? Haur Hezkuntzan jada matematikari buruzko edukiak modu manipulatioan lantzen hasten dira, pentsamendu eta arrozonamendu logikoa

eraikitze eta horiek bizitzako beste esparruetara eramateko helburuarekin. Urteak pasa ahala, berriz, material manipulatioaren presentzia txikitzen doa, problema edo eragiketa aritmetiko hutsak egiten bukatuz.

Arlo honek gure bizitzan duen presentzia nabarmentzekoa dela kontutan hartuz, edukiak errealitatearekin lotzeko ezgaitasuna arazo handia izan daiteke, bai motibazio aldetik eta bai aplikazio aldetik. Hortaz, Lehen Hezkuntzako jarduerak prestatzean, irakasleak ez du ahaztu behar arloaren eta errealitatearen arteko erlazioaren garrantzia.

Lehen Hezkuntzako Curriculumaren arabera, Matematikako arloko edukiak 3.mailarako bost multzotan banatzen dira: *prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan, zenbakiak (algebra), neurriak, geometria eta estatistika eta probabilitatea*.

Orokorrean, azken multzoari, hau da, estatistika eta probabilitatea multzoari ez zaio garrantzi handirik ematen eta ikasturte amaieran lantzeko geratzen da normalean. Era berean, Lehen Hezkuntzako 3. mailarako prestatutako testu liburuek oso orrialde gutxi dituzte gaia lantzeko, eta batzuetan ere ez da agertu ere egiten, gaia guztiz ahaztuta geratuz.

Gainera, estatistika lantzen denean eta horretarako ariketak proposatzen direnean, gehienetan datu hipotetikoak aurkezten dira eta horiekin kalkuluak egitea izaten da honen lanketaren oinarria, estatistikaren bidez egin daitezkeen beste motatako azterketa interesgarriak alde batera utziz. Horrela, Gradu Bukaerako Lan honetan estatistika lantzeko jarduera batzuk diseinatu dira, ariketa mekaniko horiek alde batera uzteko helburuz eta ikasleekin estatistika beraientzat hurbilekoa den testuinguru batean lantzeko helburuz.

Ikasleei bizitzarekin harreman estua izan ditzaketen azterketak eskatu dakieke (haiei interesatzen zaien edozein gai landuz), eta horrela haien motibazioa areagotuko da, datuz betetako ariketa isolatuekin gertatzen ez den bezala. Horrez gain, estatistika proiektu bat egitea eta ikasleentzako errealia izan daitezkeen testuinguru batean kokatzea (lan honetan proposatuko den Jolasen Jardunaldia bezalakoa, esate baterako)

lagungarria izan daiteke egin behar duten pauso bakoitza zertarako egiten ari diren ulertzeko eta beraz, burutzen dituzten jarduerak haientzat logikoagoak izateko. Izan ere, oinarritzkoa da ikasleek lan egiten duten bitartean, egiten ari diren horren arrazoia ulertzea, amaierako helburua betiere buruan izanik; modu honetan, beharbada, testuingururik gabeko eragiketak egiteari baino zentzu handiagoa ikusiko diote eta benetako estatistika proiektu bat egitea nolakoa den ezagutuko dute.

Aipatu berri den bezala, orduan, proiektu estatistiko batek aukera emango du zenbakiak eta haien arteko eragiketak testuinguru batean lantzeko. Lehen Hezkuntzako liburuetan aritmetikaren inguruan planteatzen diren ariketa gehienak mekanikoak izaten dira eta, askotan, testuinguratu gabe daude. Ikasleak eragiketa sortak egitera ohituta daude, baina ez zaie aurkezten eragiketa horiek testuinguru erreal batean non aurki daitezkeen. Horrela, ikasleek eragiketen algoritmoak mekanizatzen dituzte, baina, askotan, beraien aplikazioa ezagutu gabe. Beraz, proiektu estatistiko batek aukera eman diezaieke eragiketak noiz erabili ulertzeko edo behintzat, horren inguruan hausnartzeko.

Estatistikaren lanketari dagozkien “arazo” horiei aurre egiteko, lan honetan proiektu estatistiko baten proposamena aurkezten da (LH3ko ikasleentzat). Proiektu hau sortzean, nabarmendu nahi izan diren punturik garrantzitsuenak hurrengoak izan dira: ikaslea egiten ari dena testuinguru erreal baten barne kokatzea (bere bizitza errealaren barne egon daitekeena), , bere esperimentazioa eta ekintzaren bitartez ezagutza berriak eskuratzen joatea (konstruktibismoa), eta proiektua aurrera eramaten duten heinean, arloko beste edukiak integratzea (zenbakikuntza, batuketa, biderketa, zatiketa...).

Horrela, diseinaturiko jarduerak ikasgela batean martxan jarritz, helburu hauek lortu nahi ziren:

- Estatistika proiektu baten bitartez zenbakikuntza eta eragiketak landu daitezkeen eta eraginkorra den edo ez frogatzea
- Lehen Hezkuntzako 3. mailako ikasleak grafiko sinpleak (barra-diagrama) interpretatzeko gai diren edo ez ikustea (beraiena egiteaz gain, gainerako ikaskideen grafikoak ulertzeko gai izatea)

- Grafikoen interpretazioa eta sorkuntza burutzeko Singapurreko metodoan oinarritzeak ikaskuntza esanguratsua ahalbidetzen duen edo ez frogatzea
- Maila altuagotan estatistikaren lanketa zuzenean egin ordez, LH3 mailan oinarrizko kontzeptuak integratzen hastea eraginkorra den edo ez frogatzea

Hasiera batean, diseinaturiko jarduerak LH3ko ikasgela batean martxan jarri nahi ziren, jardueren efektibitatea ikusteko eta ikasleek egiten dizuzten akzioak aztertzeko. Hala ere, Covid-19ren eraginez, ezin izan da hau egin eta ariketak proposamen didaktiko bezala geratu dira, beraien aplikazioa aztertu gabe. Horrela, jardueren helburuak aurretik aipatutakoak izaten jarraitzen duten arren, lan honen helburu nagusiak hauek dira:

- Lehen Hezkuntzako haurren garepen kognitiboa eta adimen garapena deskribatzea.
- Lehen Hezkuntzako 3. mailan estatistika eta zenbakikuntzaren inguruan landu beharreko ezagutzak aurkeztea eta ikasgelan ezagutza horiek nola landu behar diren esaten duten teoriak azaltzea.
- Oinarri teoriko guztiak kontutan hartuz, aspektu teoriko horietara egokitzen diren jarduerak diseinatzea.

Lana bi ataletan banatzen da. Lehenengoan, ikasleen garapenaren inguruko aspektuak aurkezten dira, baita matematikaren didaktikaren inguruko aspektuak ere. Bigarrenean, jarduerak aurkeztu eta justifikatu egiten dira.

## ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y JUSTIFICACIÓN

Está claro que las Matemáticas tienen una gran importancia tanto en el sistema educativo como en la sociedad. Desde los primeros años en la educación se trabaja esa área y no hay ninguna duda en torno a esa necesidad, ya que las Matemáticas tienen una gran aplicación en nuestro día a día

En cualquier situación de la vida aparecen contenidos relacionados con esta asignatura, de una manera explícita o implícita: al cálculos cuando se hace la compra, al calcular cuánto nos va a costar hacer una distancia concreta, al cocinar y pasar líquidos de unos recipientes a otros, al hablar de la probabilidad que hay de que el fin de semana llueva... Aparte de esas situaciones, en los avances hechos por los humanos (nuevas infraestructuras, nuevas tecnologías, gestión de la energía...) los conocimientos matemáticos son básicos.

Si recordamos los primeros años de nuestra educación, puede que no recordemos muchos conocimientos sobre el arte, pero seguramente recordaremos cualquier contenido básico de Matemáticas (medida de diferentes magnitudes, numeración, escritura y significado de los números, las tablas de multiplicar, problemas...), ya que desde pequeños hemos estado haciendo ese tipo de ejercicios y seguramente todavía no los hayamos olvidado, teniendo en cuenta también su aplicación, como ya hemos comentado. Por ello, no se puede negar la gran presencia de las Matemáticas en la educación; pero, como hemos aprendido esos contenidos? -Es decir, cuál ha sido la metodología utilizada por los profesores en nuestro proceso de aprendizaje?

Recordando los ejercicios que se hacen en Primaria y en la ESO, veremos que su estructura es muy repetitiva y, quizás, también recordaremos la tarea a realizar en cada uno de ellos. Esos ejercicios se volvían mecánicos, olvidando así la aplicación que tienen en nuestro día a día y dejando de lado la importancia que tiene el relacionarlo con el mundo real.



Si las bases de las Matemáticas sirven para afrontar problemas que encontramos en nuestra vida, por qué en clase la mayoría de ejercicios se trabajan de manera aislada? Ya en Infantil se empiezan a trabajar contenidos matemáticos de una manera manipulativa, con el objetivo de construir el pensamiento y razonamiento lógico para poder llevarlo a otros ámbitos de la vida. Con el paso de los años, la presencia de ese material manipulativo se va reduciendo, acabando por hacer problemas y operaciones aritméticas de manera mecánica.

Teniendo en cuenta la presencia remarcable que esta asignatura tiene en nuestra vida, la incapacidad de relacionar los contenidos con la realidad puede ser un gran problema a la hora de tener motivación y de poder aplicarlo. Por eso, al preparar ejercicios de Primaria, la profesora no tiene que olvidar la importancia de la relación entre los contenidos y la realidad.

Según el Curriculum de Primaria, los contenidos de Matemáticas en 3º de Primaria se clasifican en 5 grandes grupos: procesos, métodos y actitudes en Matemáticas, números (álgebra), medidas, geometría y estadística y probabilidad.

En general, al último grupo no se le da mucha importancia y normalmente se deja para trabajarlo al final del curso. Asimismo, los libros de texto preparados para ese curso tienen muy pocas páginas para trabajar el tema, y a veces ni si quiera aparece, dejando la estadística totalmente olvidada.

Además, cuando se imparten contenidos estadísticos y se proponen ejercicios referidos a ello, se suelen presentar datos hipotéticos los cuales hay que analizar para hacer cálculos con ellos, dejando de lado otro tipo de investigaciones que se podrían trabajar mediante la estadística. Así, en este Trabajo de Fin de Grado se ha diseñado un proyecto (que consta de dos proyectos más pequeños), con el objetivo de trabajar la estadística en un contexto cercano a los alumnos y dejando atrás los ejercicios mecánicos previamente mencionados.

A los alumnos se les puede pedir investigaciones estrechamente relacionados con la vida (se puede elegir cualquier tema que a ellos les interese), y así estarán más motivados comparando con la realización de ejercicios aislados y llenos de datos

hipotéticos. Aparte de esto, hacer un proyecto estadístico y situar el contexto en una situación real para los niños (como la Jornada de Juegos que se propone en este trabajo, por ejemplo), puede ayudar a la hora de entender que están haciendo en cada paso que realizan y por lo tanto, a crear ejercicios más lógicos para ellos. De hecho, podemos considerar como algo básico en el proceso de aprendizaje que los niños entiendan la razón de cada cálculo o fase que están realizando, siempre teniendo en mente el objetivo final; de este modo, quizás le vean mayor sentido que al hecho de hacer operaciones sin contexto alguno y conocerán de verdad cómo es hacer un proyecto estadístico que podría ser real.

Por lo tanto, un proyecto estadístico puede dar la oportunidad de trabajar con números y operaciones en un contexto concreto. La mayoría de ejercicios aritméticos planteados en los libros de texto son mecánicos, y muchas veces no se aplican a la realidad. Por ello, los alumnos están acostumbrados a hacer muchas operaciones, pero acaban mecanizando los algoritmos y, muchas veces, olvidan su aplicación. Por ello, un proyecto estadístico puede dar la oportunidad de entender cuando se pueden utilizar determinadas operaciones, o por lo menos a reflexionar sobre ello.

Para afrontar esos “problemas” referidos a la enseñanza de la estadística, en este trabajo se presenta una propuesta de proyecto estadístico para alumnos de 3º de Primaria. Al crear este proyecto, los puntos más remarcables que se han tenido en cuenta son los siguientes: situar en un contexto real para los alumnos los ejercicios que deben realizar, adquirir nuevos conocimientos mediante la acción y la experimentación (constructivismo), e integrar contenidos de otros grupos (numeración, sumas, restas, divisiones...).

Teniendo en cuenta todo lo mencionado, los objetivos que se querrían conseguir al aplicarlo en una clase serían los siguientes:

- Comprobar si trabajar contenidos relacionados con la numeración y las operaciones en un proyecto didáctico puede ser efectivo.
- Observar si los alumnos de 3º de Primaria son capaces de interpretar (aparte de hacer su gráfico, ser capaces de entender los gráficos del resto de compañeros) gráficos simples.

- Comprobar si utilizar el método de Singapur a la hora de crear e interpretar los gráficos posibilita una enseñanza eficaz.
- Comprobar si en lugar de trabajar la estadística directamente en niveles más altos, empezar a integrar conceptos básicos puede ser efectivo.

En un principio, los ejercicios estaban diseñados para llevarlos a cabo con una clase de 3º de Primaria, para poder ver la efectividad de dichos ejercicios y analizar la acción y experimentación de los alumnos. Sin embargo, debido al Covid-19, no se ha podido llevar a la práctica y se ha quedado como una simple propuesta didáctica, sin haber podido analizar su aplicación en clase. Por ello, a pesar de que los objetivos siguen siendo los que ya se han mencionado, los objetivos principales del trabajo serían los siguientes:

- Describir el desarrollo cognitivo y el desarrollo de la inteligencia de los niños de Primaria.
- Presentar los conocimientos relacionados con la numeración y la estadística que se deben trabajar en 3º de Primaria y analizar las teorías que explican cómo se deben trabajar dichos contenidos.
- Teniendo en cuenta las bases teóricas explicadas, diseñar ejercicios adaptados a ellas.

El trabajo consta de dos partes. En la primera se presentan aspectos relacionados con el desarrollo de los alumnos y contenidos relacionados con la didáctica de las Matemáticas. En la segunda, se presentan y se justifican los ejercicios o proyectos que se proponen.

## 1. MARKO TEORIKOA

Atal honetan haurren garapenaren etapak, historian zehar egon diren teoria pedagogiko desberdinak, matematikaren didaktikaren inguruko aipamen teorikoak eta estatisikaren oinarrizko elementuak deskribatuko dira. Horrela, lanaren hurrengo atalean aurkezten den proposamen didaktikoaren oinarri teorikoak atal honetan aurkezten dira. Modu honetan, ikasmaila zehatz baterako eta irakaskuntza metodo bat jarraituta, jarduerak izan behar dituzte ezaugarriak aldeztetik ezagutuko dira.

Chamorrok (2004) azaltzen duen moduan, matematikaren ikaskuntza errazteko, didaktika eta matematikaren inguruko jakintzak edukitzeaz gain, psikologiari buruzko ezagutza minimoa beharrezkoa da, subjektuaren funtzionamendu kognitiboa ulertzeko eta haurrek jakintzak eskuratzeko duten moduaren inguruko informazioa kontuan hartu ahal izateko.

### 1.1. Haurren garapen kognitiboa eta adimena

Edozein jarduera didaktiko prestatzeko, haurren adina eta adin horri dagokion garapenaren ezaugarriak kontuan hartu behar dira. Ezaugarri horiek ulertzeko, euren adimena nola garatzen den aztertu behar da, baina gaian sakondu baino lehen, oinarrizkoa da bi kontzeptu hauen esanahia argitzea: *garapen kognitiboa* eta *adimena*.

#### 1.1.1. Adimenaren definizioa

Lehenik, *kognitibo* hitza dago, latineko cognoscere-tik datorrena eta *ezagutzea* bezala itzuli daitekeena; hortaz, ezagutza edo jakiteari egiten dio erreferentzia, Pons y Roquet-Jalmarrek (2005) aipatzen duten moduan. Ikuspegi horretatik, pertsonaren garapen kognitiboaz ari garenean, giza indibiduo edo pertsona jaiotzen denetik, pentsatu, ezagutza izan eta ulertzera iristeko izaten duen prozesua azaldu nahi da.

Bigarrenik, *adimena* dago, eta honen inguruan autore desberdinek emandako definizio aunitz aurki daitezke. Pons y Roquet-Jalmar-en (2005) hitzetan oinarrituta, definizio horietako garrantzitsuenak hartuz gero eta bakoitzak deskribatzen duen kontzeptua

kontutan hartuz jarraian azalduko diren bi definizioetan laburbildu daitezke; izan ere, gainerako definizioak bi hauen barne geratuko lirateke:

Alde batetik, lehenengo definizioaren arabera adimena *“Ingurunean gertatzen diren aldaketen aurrean izaki bizidunei bizirik irautea ahalbidetzen dien egokitze-ahalmena”* da. Bestetik, hurrengo definizioa dago: *“Elementu abstraktuekin eragiketak egiteko gaitasun gisa ulertzen da adimena”*. Kasu honetan, ez dira izaki bizidun guztiak kontutan hartzen, soilik gaitasun hau dutenak baizik, gizakiak, hain zuzen ere.

Lehenengo definizio horrek, esan bezala, gizakiak ez ezik bestelako izaki bizidunak aintzat hartzen ditu: landareak, animaliak eta pertsonak. Lan honetan, ordea, haurrarentzako jarduerak diseinatuko dira eta beraz, animaliak eta landareak duten egokitze ahalmenari erreferentzia egiten dion definizioa deuseztatuko da; ariketak diseinatzerakoan interesatzen zaiguna haurra momentu horretan dagoen garapen mailaren ezaugarriak dira eta.

#### *1.1.2. Howard Gardner-en adimen anitzak*

Adimenaren kontzeptuaren inguruan dauden definizio anitzen harira, hurrengo lerroetan Howard Gardner psikologo eta ikertzaile estatubatuarrek proposatutako teoria azalduko da, *Adimen Anitzen Teoria*, hain zuzen ere.

Aurrez azaldutako bigarren definizioak elementu abstraktuekin lan egitea aipatzen du, baina ideia hori modu zabalean uler daiteke. Gardnerrek (1983) adimenaren hurrengo definizioa proposatu zuen:

*“To my mind, a human intellectual competence must entail a set of skills of problem solving—enabling the individual to resolve genuine problems or difficulties that he encounters and, when appropriate, to create an effective product—and must also entail the potential for finding or creating problems—thereby laying the groundwork for the acquisition of newknowledge.”(Gardner, 1983, 64)*

Modu laburrean honela itzuli daiteke: “*Adimena arazoaren ebazpenarekin lotutako gaitasuna da, arazo edo zailtasunak topatzean horien konponbidea aurkitzea ahalbidetuko duen gaitasuna, alegia. Horrez gain, arazo horiek aurkitzeko edo sortzeko gaitasuna ere honen barne sartuko litzateke, ezagutza berriak eskuratzeko oinarria finkatuz*”.

Gizakien trebetasunen aniztasun hori sailkatzeko *Adimen Anitzen Teoria* sortu zuen, adimena zazpi kategoria desberdinetan banatuz:

- *Hizkuntza-adimena*. Hitzak modu eraginkorrean erabiltzeko gaitasuna da, ahoz zein idatziz. Horri esker gizakia hizkuntzaren egitura, fonetika, esanahiak eta erabilera praktikoak maneiatzeko gai da.
- *Adimen logiko-matematikoa*. Zenbakiak era eraginkorrean erabiltzeko eta arrazoitzeko gaitasuna. Honen barne hurrengo prozesuak egiteko ahalmena sartzen da: kategoria banatzea, sailkatzea, infertzea, orokortzea, kalkulatzeko, hipotesiak frogatzea edo eskema eta erlazio logikoak ezartzea.
- *Adimen espaziala*. Ikusmenaren eta espazioaren mundua hautemateko eta horren gainean eraldaketak egiteko trebetasuna. Adimen honek kolorearekiko, lerroarekiko, formarekiko, esazioarekiko eta elementu horien artean dauden harremanekiko sentiberatasuna barne hartzen du; baita irudikatzeko, espazioan orientatzeko edota era grafikoan ikusmen zein espazio ideiak buruan osatzeko gaitasuna.
- *Adimen gorputzeko-zinetikoa*. Ideia eta sentimenduak adierazteko gorputza erabiltzeko gaitasuna: koordinazioa, oreka, indarra, malgutasuna, abiadura, norbera hautemateko gaitasunak edo ukimen gaitasunak.
- *Adimen musikala*. Musikarekiko hautematea, bereiztea, eraldatzea eta adieraztea adimen honen barne sartzen dira, erritmoarekiko, tonuarekiko, melodiarekiko, tinbrearekiko edo tonu-kolorearekiko sentiberatasunean oinarrituz; baita musikaren ulermen figuratiboa zein formala (analitikoa, teknikoa) burutzeko gaitasuna.
- *Pertsonarteko adimena*. Beste pertsonen asmoak, motibazioak edota sentimenduak hautemateko eta bereizteko gaitasuna: aurpegiko adierazpena,

ahotsa, keinuak... Honen barne pertsonen arteko seinaleak hautemateko eta modu eraginkorrean erantzuteko gaitasuna dago.

- *Pertsonaren baitako adimena*. Norbere buruaren ezagutza, norberaren ekintzak burutzeko erak egokitze gaitasuna eta norberaren irudia, ahalmenak eta mugak ezagutzeko eta horien kontzientzia izateko gaitasuna.

Adimen guzti horien garatzea norbanakoaren garapen kognitiboan oinarritzen da, hau da, ezagutzak barneratzean. Honen harira, historian zehar garapen kognitiboari buruz idatzi duten pentsalari eta zientzialariek zer dioten aztertu daiteke; horien artean XX. mendeko haurren psikologiaren inguruko egilerik garrantzituenetarikoa dago: Jean Piaget.

Filosofo, natur zientzialari eta psikologo ezagun honek psikologiaren eta biologiaren arteko loturaren inguruan aztertu zuen, bere seme-alaben jokabideen behaketan oinarrituz haurraren adimenaren eboluzioaren inguruan ere aurkikutza garrantzitsuak eginez.

Haranburuk (2006) azaltzen duen moduan, 1940ko hamarkadan Piagetek denbora, abiadura eta mugimendua haurrak nola ulertzen zituen aztertzerantz ekin zion, Einsteinek iradokituta. Horren inguruan ikertzen ari zela, haurraren nozio zientifikoen bilakaerak pentsamendu zientifikoaren historiaren bilakaera berdina jarraitzen zuela ikusi zuen. Era berean, azterketa lan horiek egiten zituen bitartean, *Introduction à l'épistémologie génétique* idazlana burutu zuen.

Bere aurkikuntza horiek konstruktibismoan oinarritzen ziren (aurrerago teoria pedagogiko honen ezaugarriak sakonago azalduko dira); izan ere, berarentzat ezagutza lortzeko ezin dira kanpoko munduaren egiturak errepresentazio soil batekin islatu, subjektuaren (haurra) jardura praktikoa ezinbestekoa baita. Hau da, ezagutza lortzeko haurrak inguruan duen munduarekin elkarrekin izan behar du, eta hori bere ekintzaren bitartez lortuko du, elkartrukerako lehen tresna ekintza baita, eta ez pertzepzioa. Horretan oinarrituz, Piagetek ekintza sentsiomotorrak errepresentazioa baino lehenagokoak direla defendatu zuen.

### 1.1.3. Funtzio kognitibo motak

Gardnerrek salikatu zituen adimen motak azalduta, *funtzio kognitiboekin* jarraituko da, gizakiak dituen gaitasun edo trebetasun intelektualen bidez egiten diren jarduerak burutzea ahalbidetzen duten funtzioak, alegia. Bi *funtzio kognitibo* mota bereiz daitezke: *oinarrizko funtzio kognitiboak* eta *funtzio kognitibo gorenak*.

#### 1.1.3.1. Oinarrizko funtzio kognitiboak

Oinarrizko funtzio kognitiboak, gizakiez gain, animalia askok ere badituzte. Hemen barruan memoria eta horri erlazionatutako prozesuak sartzen dira, Haranbururen (2006) hitzetan oinarrituz banaka azalduko direnak: *ezagutza eskuratzea*, *biltegitratzea* eta *berreskuratzea*.

Lehenengo prozesua, *ezagutza eskuratzea*, informazioa sartzean datza; zentzumenen bidez estimulu aunitz esperimentatzen dira, baina arreta eta hautemateari esker, objektu batzuk besteetatik bereizi eta estimuluak antolatu egiten dira, horien zati bat bakarrik garunera sartzea ahalbidetuz.

Beraz, esan daiteke arreta eta hautemateari esker buruak estimulu batean edo bestean kontzentrazio handiagoa jartzen duela. Hau hainbat faktoreek baldintzatzen dute, hala nola pertsonaren egoera fisiko (nekea, gosea, logurea...) eta psikikoa (motibazioa, interesa, umorea...), estimuluaren kolore edota soinuak, edo estimuluaren berritasuna (garunak egunero hautematen duena ez da hain deigarria izaten, adibidez). Hori egin eta gero, bigarren prozesuari hasiera ematen zaio, *biltegitratze-prozesuari*, alegia. Bigarren prozesu honetan nerbio-sistemaren funtzionamendu egokia beharrezkoa da; izan ere, nerbio-sistemaren bidez hainbat biltegitratze maila erabiltzen baitira, informazioa leku seguruan gorde eta beste edozein momentutan berreskuratu eta erabili ahal izateko. Hiru biltegitratze-maila nagusi bereiz daitezke (Haranburu, 2006):





## 1. Irudia. Memoriaren prozesuen eskema. (Etxebeste, 2005, 119)

### 1.1.3.2. Funtzio kognitibo gorenak

Funtzio kognitibo gorenak, berriz, gizakiok ditugu soilik. Hemen barruan pentsamendua sartzen da; baina, zer da pentsamendua? Pons y Roquet-Jalmaren (2005) arabera, gure memorian pilatzen den antolaketa eta koordinazio mailari pentsamendu dei dakioke; izan ere, informazioa gordetzeko ahalmena baino gehiago da, *arazoak konpontzea*, *arrazoitzea* eta *sortzea* (aurrerago azalduko diren funtzioak) ahalbidetuko duten prozesuak antolatze eta koordinatzeko gaitasuna da. Antolaketa hori burutze lagungarri den tresna da hizkuntza, memoria ordenatzeko eta antolatze balio duelako, pentsamenduari bere funtzioak betetzen lagunduz.

Hasteko, *arazoen konpontzea* dago, egoera jakin baten helburua lortzeko asmoz desbideratzeak (nahi ez dugun egoera nahi dugun egora bihurtu) egiteko gaitasunean oinarritzen dena. Arazo guztietan bi alderdi daude: kausa eta ondorioa; kausa arazoaren jatorria da, ondorioa, berriz, arazo horri konponbide emateko burutzen den ekintza. Gainera, honen barruan bi motatako arazoak bereiz ditzakegu: *konkretuak*, zuzenean objektuen gainean eraginez konpontzen diren arazoak, eta *abstraktuak*, irudikapen bidez mentalki konpondu daitezkeen arazoak (Pons y Roquet-Jalmar, 2005).

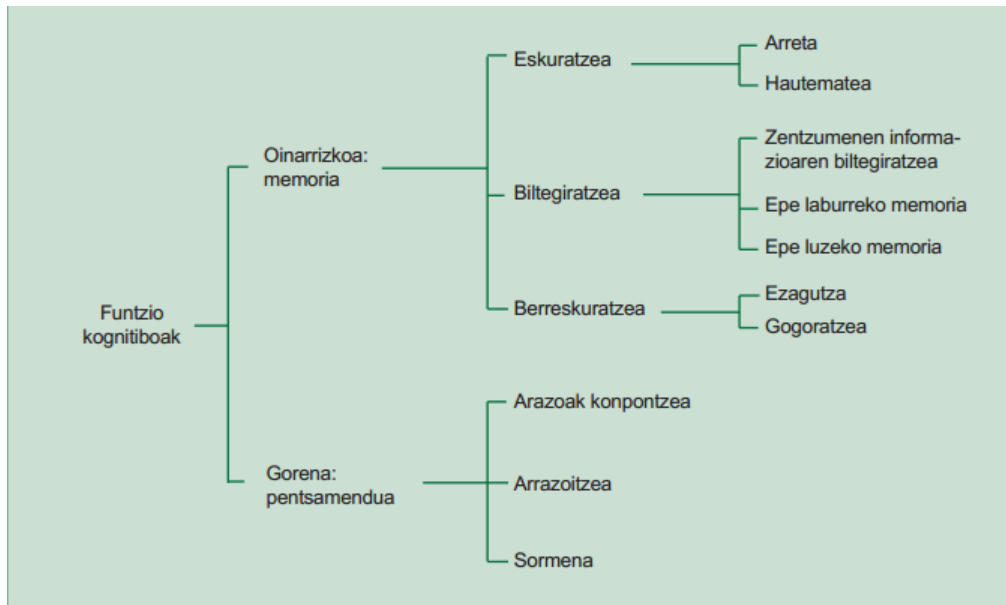
Bigarrenik, *arrazoitzea* dago, informazio zehatz batetik abiatuz eta hainbat erregela aplikatuz ondorio batera iristeko gaitasuna. Funtzio honetan ere arrazoitze bi modu desberdindu daitezke:

- *Arrazoibide induktiboa*. Errealitateko kasu partikularren behaketatik abiatuz lege edo printzipio orokorrak sortzen dira arrazoibide mota honetan.
- *Arrazoibide deduktiboa*. Kasu honetan, printzipio orokor batetik abiatuta eta premisa jakinetan oinarrituta, kasu partikularrak inferitu nahi dira baieztapen baten frogapena lortzeko.

Bukatzeko, gaitasun kognitibo gorenen azken funtzio nagusi bezala *sormena* dago, historian zehar artistei “esleitutako” adjektiboa. Modu orokorrago batean, *gauzak*

*beste ikuspegi batetik behatzeko gaitasun gisa* uler daiteke. Sortzaileak diren pertsonak beste pertsona batzuk ikusten ez dituzten arazoak identifikatzeko eta horiei konponbide bat emateko gai izaten dira, konponbide originalak aurkituz.

2. irudian azaldutako funtzio kognitibo moten sailkapena modu eskematikoan ikus daitezke.



## 2. Irudia. Funtzio kognitiboak (Etxebeste, 2005, 116)

Funtzio kognitibo horiek betetzeko, jaiotzen garenetik hasten dugun garapen kognitiboa gauzatzea beharrezkoa da, eta garapen hori nola gertatzen den inguruko azterketak egin zituen pentsalari ospetsuenetarikoa, aurretik aipatutako Jean Piaget izan zen.

### 1.1.4. Jean Piageten etapak.

Piageten ideiekin jarraituz, aipatzekoa da berak lau etapa edo estadio desberdinetan banatu zuela gizakion garapen kognitiboa. Estadio bakoitzean gizakiak inteligentziaren eraikuntza eskemen akumulazio kantitate bat dauka eta eskema horiek berritu ahala gizakiak estadio batetik hurrengora salto egiten du. Salto hauek kualitatiboak dira.

Piagetek (Triglia, 2019) haurraren garapen kognitiboan desberdindu zituen etapak hauek dira.

- Etapa sentsomotorea (0-2 urte)
- Operazio aurretiko etapa (2-7 urte)
- Operazio zehatzetako etapa (7-11 urte)
- Operazio formalen etapa (11 urtetik aurrera)

Lan honen helburua Lehen Hezkuntzarako (6-12 urte) ikasleen ikakuntza prozesua aztertzea eta adin horretarako haurrentzako jarduerak diseinatzea denez, Piagetek *Operazio aurreko etapan* eta *Operazio zehatzen aldian* egindako ikerketak kontutan hartuko dira.

Bi etapa horiek sakonki ezagutu aurretik, etapa horietara heldu arte gizakiak igarotzen duen etaparen argibide batzuk emango dira. Etapa sentsomotorea (bi urtetik seirako aldia) funtzio sinbolikoaren erabilerak markatzen du eta etapa honetan ez da pentsamendu logiko eta itzulgarriarik egoten.

Ondorioz, haurtzaroa kualitatiboki desberdina da aldi sentsomotorearekin edo ondorengoarekin alderatuz gero, honen ezaugarria buru-eragiketak egiteko aukera baita. Delagadok (2009) azaltzen duten moduan, Piageten arabera haur txikia izaki inteligente eta eraikitzailea da, baina errealitatea ulertzeko orduan, bere eskemak azaletik ezarriko ditu, bere pentsamenduak logikaren legeen arabera antolatzeke egiazko ahaleginik egin gabe.

#### *1.1.4.1. Operazio aurreko pentsamenduaren ezaugarriak (2-7 urte).*

Esan bezala, Piagetek bereizitako lau estadioen bigarrena da. 2 eta 7 urte bitartean garatzen den etapa da, estadio sentsiomotorrari jarraitzen diona. Etapa honen ezaugarriarik bereizgarriena aurreko etaparen erreakzioen barneratzea da, jarduera mentalei lekua utziz. Etapa honen ezaugarriak hurrengoak dira: *egozentrismoa, hizkera egozentrikoa, zentratzea, itzulezintasuna, alborakuntza edo yustaposizioa, pentsamendu sinkretikoa, errealismoa, artifizialtasuna eta animismoa*.

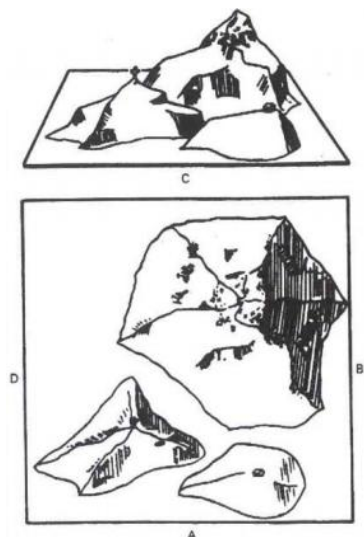
Piageten esanetan, etapa honetako haurren helburua plazerra da, eta ez egia. Hau argi ikus daiteke adin horretako hurrek beraian jartzen duten konfiantzaren inguruko behaketa eginez. Harritzekoa da 7-8 urte baino gutxiago dituen haur batek egiten dituen eta pentsatzen dituen gauzen aurrean aurkezten duen segurtasuna: 4-5 urteko bati bolumen bereko bi kaxatxo erakutsi eta pisutsuena zein den galdetuz gero argi izango du bere erantzuna, kaxak pisatu behar izan gabe.

Gainera, beren azalpenetan egon daitezkeen kontraesan edo hutsuneak haien irudimenarekin konpentsatzen dituzte, esperientzietatik jasoten dutena alde batera utziz. Hori dela eta, beraien sinesmen edo pentsamenduei aurre egiten dien errealitateak haien irudikapenak erotu baino ez dute egiten. Hau haurraren *egozentrismoarekin* lotu daiteke, bestearen ikuspegian jartzeko zailtasunak eragiten dituen ezaugarria.

Hala ere, Piageten esanetan haurrarentzat beharrezkoa da bere pentsamenduak sozialki egiaztatuak egotea, izan ere, argumentu bat partekatzerakoan zalantza sortzen da, eta zalantza horri soluzioa emateko egiaztatzeko beharra sortzen duela. Honen harira, aipatzekoa da Piagetek horrela definitzen duela pentsamendu edo arrozenamendu logikoa: gure buruarekin dugun eztabaida da.

Eztabaida hori egia bilatzeko egiten den ibilbidea izango litzateke, eta horretan, hain zuzen ere, eragozpen handia da haurren *egozentrismoa*. Piageten arabera eta aurretik aipatu den bezala, haurrak zailtasun handiak ditu bestearen ikuspegian jartzeko, beraz, solaskide bati ulertzea edo ideia bat egoki igortzea ia ezinezko lanak dira.

Gainera, espazioaren ulermenaren aldetik hurrengo irudia (3.irudia) ikusi balu, adibidez, zailtasunak izango lituzke objektu berdinen perspektiba desberdinak direla ulertzeko.



**3.Irudia.** Hiru mendiak (Dickinson 1984/1991), in A. Coral eta Pardo (2001).

(Euskaratutako *Pentsamenduaren Garapena*)

*Egozentrismo* hau lehen haurtzaro amaierara arte haurraren pentsamenduaren ezaugarri bat izango da. Haurrek errealitatea beraien ikuspegira egokitze duten joera handia oso nabarmena da eta besteen iritziak ulertzeko zailtasuna izango dituzte. Ezaugarri honek etapa honetan haurraren inteligentziaren ezaugarri gehinenak azaltzen ditu. Honi estuki lotuta haurraren *hizkera egozentriko* edo bakarrizketak daude: haurrak altuan hitz egin dezake “kanpoko munduan” gertatzen dena kontuan hartu gabe eta besteek bera uler dezaten inolako ahaleginik egin gabe.

Gainera, nozio erlatiboak ulertzeko zailtasunak ere izango dituzte. Hala nola, haur batek dituen anai-arreba kopurua jakin dezake, eta aldi berean, bere anaia batek zenbat anai-arreba dituen galdetzean, erantzuteko zailtasunak izan, ez baitu bere anaiaren lekuan jartzeko gaitasuna eta ezin du bere ikuspuntutik errealitatea identifikatu. Honi *pentsamendu zentratua* edo *zentratzea* deitu zion.

Haurren eguneroko ekintzetan agerian gera daitekeen beste ezaugarri bat *itzulezintasuna* da: altuera baxuko edalontzi zabal batean ura dago, eta ur kantitate hori altuera altuagoa duen edalontzi estu batera pasatzen da; nahiz eta argi egon ur kopurua aldatu ez dela, elementuen itxuragatik pentsatuko du kopurua aldatu ez dela, likidoa iristen den altuera mailan arreata jarri duelako, edukiontzien forma kontuan

hartu gabe. Haurrak ez du ondorioztatuko likidoa jatorrizko ontzira itzuliz gero maila berdindu egingo dela, hau da, ezin du prozesu batean atzera egin.

Beste ezaugarri bat *alborakuntza* izango litzateke. Hurrei zaila egiten zaie objektu bat kategoria bat baino gehiagoren barne egon ahal dela, hau da, klaseen inklusioa ulertzeko zailtasunak ditu. Haurraren pentsamenduak ez du zenbait alderdi aldi berean kontuan hartzea ahalbidetzen; esate baterako, zaila da ulertzea bere gurasoak osaba-izebekin anai-arrebak direla, hau da, aldi berean ama eta arreba izan daitekeela.

Ezaugarri hau haurraren marrazkietan ere ikus daitekeela zioen Piaget; errealitateko zenbait objekturen arteko harremana ez badu ezagutzen, marrazkian ere objektu horiek modu independentean marraztuko ditu, loturarik gabe. Esaterako txirrindula bat marraztea eskatuz gero eta bere mekanismoa ongi ezagutzen ez badu, ez ditu txirrindularen atalak (katea, piñoia, pedalak...) margotuko, edo marraztuz gero, marrazkian agertzen den gainerakoarekin loturarik gabe geratuko da

Horrez gain, errealitatea era globalean ikusteko joera dute, lotura objektiboei kasurik egin gabe (*pentsamendu sinkretikoa*). Modu horretan, ezagutzen dituen ezaugarriak kontuan hartuko ditu eta horietan oinarrituz fenomeno zehatzen arrazoiak edo kausak bilatuko ditu; esate baterako, eguzkia horia delako (ezagutzen duen ezaugarria) “erortzen” ez dela (fenomenoa) esan dezake.

Errealitatearen ulermen moduarekin jarraituz, *errealismoa* eta *artifizialtasuna* ere aipatu daitezke. Lehenengoaren ondorioz, haurrak nortasun materiala eman ahal die ezaugarri hori ez duten fenomenoari (ametsak logelaren barruan daudela sinistea, adibidez); *artifizialtasunaren* ezaugarria dela eta, berriz, naturako ekintzak giza ekintzen ondorio direla pentsatzeko joera du haurrak (gizakia ura jartzearen ondorioz itsasoa hor dagoela pentsa dezake, esate baterako).

Bukatzeko, etapa honetan haurrek objektuei izaki bizidunen ekintzak emateko joera dutela esan daiteke (*animismoa*), erralitate bizigabeari bizidunen ezaugarriak esleitzuz (hala nola, aulkiarekin mina egin eta aulkia berarekin haserretu dela pentsatzea).

#### *1.1.4.2. Operazio zehatzen pentsamendua (7-11 urte)*

Operazioen inguruan hitz egiten denean, problemak ebazteko erabiltzen diren operazio logikoei egiten dio erreferentzia. Etapa honetan dagoen haurrak jada ez du sinboloa soilik erabiltzen, baizik eta modu logiko batean eta kontserbaziorako gaitasunari esker, sinbolo horiek erabiltzeaz gain, ideiak orokortzeko gai da.

Hau argi ulertzeko, haurra zerbait zenbatzeko, batuketak, kenketak, segidak etab. egiteko, hasieran bere eskuaz baliatzen dela (hatzak zenbatuz, aurrez aipatutako sinboloaren erabilera izango zena) ikus daiteke. Ondoren, ordea, zenbaketa prozesu hau barneratu egiten du eta eragiketa hauek mentalki egiteko gai izatera pasatzen da (buru gaitasun berri bat eskuratu duelako, Piageten esanetan, zenbakiaren kontzeptua berenganatuz).

Etapa honetan, haurraren egozentrismoa desagertzen joaten da, eta bere ekintza eta pertzepzioaz kontziente izateaz gain, pertsona ezberdinen ikuspegiak koordinatzeko gai da, beste pertsonekin adostaunez ekintzak burutuz. Aurreko etapari dagokion hizkera egozentrikoa desagertzen da, besteekin eztabaidak egiteko gaitasuna agerian utziz. Hiru urteko haurraren ahozko produkzioen erdia hitzkuntza egozentrikoak baziren zazpi urtekoaren laurdena dira egozentrikoak.

Horrez gain, aurreko beste ezaugarriak ere pixkanaka desagertzen joaten dira. Zenbait operaziotan agertzen diren transformazioak itzulgarriak direla ulertzen du (ontzien adibidean: ura edukiontzi batetik bestera bota eta ur kantitate hori berriz lehenengo ontzira pasatzean urak hasierako egoerara itzuliko dela ulertzen du).

Zentratzearen ezaugarria ere desagertzen da, eta objektuak ezaugarri bakar baten arabera sailkatzeko gai da. Adibidez, lauki desberdinak emanaz (kolore eta tamaina desberdinak dituztenak), ezaugarri horietako bakoitzaren arabera modu isolatuan sailkatzeko gai da. Horrela, kontserbazio, sailkapen eta segiden eragiketen bidez pentsatzeko sistema logiko bat eskuratzen joaten da, nahiz eta sistema hori errealtate fisikoari eta objektu errealei oso loturik egon.



Gainera, haurrak zenbakizko kantitateak kontserbatzeko eta materialaren kontserbazioa ulertzeko gaitasun intelektuala eskuratzen du. Nahiz eta forma aldatu, kantitatea berdina izaten jarraitu ahal duela ulertzen du; aurreko estadioan (operazio aurreko estadioan), ordea, haur batek ur litro bat botila altu eta estu batean edo ontzi zabal eta baxu batean ikusiz gero, ziur egongo da botila altuan dagoen ur kantitatea handiagoa dela.

Esan bezala, materialaren kontserbazioa ulertzeko gai da ere; adibidez, plastilinazko bola bat hartu eta horrekin objektu desberdinak sortuz gero, berriz ere pilota bat egiterakoan hasierako bolaren tamaina berdina izango duela ikusteko gai da. Gaitasun honi itzulgarritasuna deritzo.

Hala ere, unibertso soziala ere kontuan hartzen da (ez bakarrik fisikoa), eta honen harira haurraren balio moralen berrantolaketa aipatu beharra dago, sistema arrazionala sortzea ahalbidetzen duena. Hemen, kontzientzia moralak autonomia lortzen du eta borondatea agertzen da, intentzio edo asmo desberdinen arteko gatazka kudeatzen ikasiz (horietako asmo bat joera indartsua edo atsegin desiratu izango da eta bestea joera ahula; borondateari esker haurrak joera ahula bultzatuko du).

Etapan honetan, haurra pentsamendu logikoa erabiltzen hasten da. Problema edo eragiketa batean aurrean buru kalkuluak egiterakoan, adibidez, bere eskuen hatzak kontatu gabe emaitza lortzeko gai izango da; izan ere, zenbaketa prozesu hau jada barneratu du eta eragiketa horiek mentalki egiteko gai izatera pasa da. Hori, hain zuzen ere, pentsamendu logiko-matematikoaren gaitasuna lortzen ari delaren adibidea dela esan daiteke. Hurrengo lerroetan pentsamendu honen ezaugarriak zehatzago azalduko dira.

#### *1.1.5. Pentsamendu logiko-matematikoaren ezaugarriak*

Haurra bere zentzumenak garatzen dituen heinean, inguruarekin elkarreragiten hasten da; modu honetan, bere adimenean inguruko errealitatea ulertzea ahabidetzen duten erlazio eta konexioak ezartzen ditu (Arteaga y Macías, 2016). Konexio hauek gutxinaka-

gutxinaka ezagutza berriak eraikitzen dituzte, esperientzia berrietan aplikatzen direnean edo berriz bizitzen direnean.

Pentsamendu logiko-matematikoaren eraikuntzan, ezagutzak zenbaki, espazio zein neurriarekin zerikusia duten praktikei esker eskuratzen dira. Hauek, pixkanaka indartzen dira oinarritzko lau gaitasunen garapenari esker:

- Behaketa: oinarritzkoa da ikasleei proposatzen zaizkien zereginak haiek modu autonomoan egitea, irakaslea gida moduan izanik. Horrela, momentu bakoitzean ezagutu nahi diren propietate, ezaugarri edo fenomeno zehatzei atentzioa jarriko diete ikasleek. Hau da, irakaslearen “lagutzak” hori ahalbidetu behar du, baina zuzenean behartu gabe.
- Irudimena: beharrezkoa da haurren sormena garatzea ekintza desberdinak burutzea eragingo dieten jardueren bitartez; izan ere, geroago zeregin matematiko bat egiterako orduan modu berdinean lan egitera behartuko dituzten egoerak topatuko dituzte.
- Intuzioa: intuizioa ondoren egingo den jarduera baten emaitzak aurreratzeko gaitasuna bezala ulertzen da.
- Arrazoiketa. Ikasleek aurretik asimilatu dituzten emaitza edo ideietan oinarrituz ondorio zehatzak lortzeko eta horien zergatia ulertzeko gaitasuna sustatu behar dute.

Oinarritzko lau gaitasun hauek ez dira pentsamendu logiko-matematikoan modu isolatuan agertzen, eta bestelako oinarritzko kontzeptu matematikoen eraikuntzarekin lotura ezartzea beharrezkoa da: zenbakia, geometría, espazioa, magnitudeak eta haien neurketak...

Prozesu honetan, objektu matematikoen natura abstraktuak paper garrantzitsua jokatzen du; izan ere, jakintzaren beste arloetan gerta daitekeen bezala, ez dira errealitatean existitzen eta, beraz, horiekin lan egiteko beharrezkoa da errepresentazio edo sinbolismoa erabiltzea.

Arteaga eta Macías (2016) azaltzen dutenez eta Jean Piagetek sinboloek garapen kognitiboan jokatzen duten rola inguruko lanetan idatzitakoan oinarrituta, haurrak ekintzak edota objektuak gogoratzen dituenean bere inguruan ez dauden gauzen errepresentazioak sortzeko beharra izaten du, eta behar horren aurrean sinbolismoa erabiltzeko gai izaten hasten da.

Urte eta erdi edo bi urteak aldera, hau da, epe sentsomotorea amaitzen denean, haurrak “esanahia” (objektu, kontzeptu, gertaera...) bakoitza “adierazle” (irudia, keinua, hizkuntza...) batekin lotzen hasten da. Esate baterako, haur batek laranja bat, baloi bat edo gurpil bat (esanahia) marrazterakoan, marra itxi kurbatua marraztuko du (adierazlea izango dena); izan ere, bere adimenean objektu borobil bat irudikatuko du, eta horrela marraztuko du borobila den edozein objektu.

Momentu horretan, beraz, pentsamendu logiko-matematikoa sortzen hasten da. Pentsamendu honen ezaugarriak aurrerago azalduko dira, baina ideia nagusiak aipatzearren, haurrak lortuko dituen gaitasunak honakoak izango direla esan daiteke:

- Ideiak sortu eta eraikitze gaitasuna
- Ideia horien interpretazioa egitea ahalbidetuko duten sinboloen edo errepresentazio desberdinen erabilera
- Ingurua sakonago ulertzeko gaitasuna, eskuratutako kontzeptu berriei esker

Haurrak 4 urte inguru betetzen dituenean, errealitatearekin zerikusi handiagoa duten errepresentazioak eraikitzen joango da; horrek sinbolizazioaren garapena erakutsiko digu, eta, beraz, pentsamendu logiko-matematikoaren garapena ere.

Errepresentazio eta sinbolismoaren lan hau ezinbestekoa da haurraren lehen urteetan. Gaitasun hau lortzeko, modu zehatz eta egokian bideratu behar da haurra, planteatzen den egoera bakoitzean objektu, sinbolo edo marrazki egokia erabiltzeko gai izatera heltzeko, esanahia eta adierazlea elkarren artean nahastu gabe. Honek jakintza matematikoaren formakuntzan garrantzi handia dauka, izan ere, behin baino gehiagotan zenbakiak ikasteko baliabideak erabiltzen dira (zenbakien ordena abesti baten bidez ikastea inongo zentzurik eman gabe, adibidez), baina zenbakien

kontzeptua ulertu gabe, eta horrelako baliabideak ez dute interpretazio/errepresentazio gaitasunen garapenean laguntzen. Jada HHko etapan logika-matematikoa garatuta daukatela, LHko etapan operazio formalak egiteko gai izango dira.

## **1.2. Teoria Pedagogikoak**

Gizartea eboluzionatzen doan heinean, eskolak eta hezkuntza-sistemak ere aurrera egiten dute, egoera berriei aurre egiteko beharrak bultzatuta. Horrela, historian zehar irakaskuntza burutzeko modu edo metodologiá desberdinak egon dira. Hurrengo lerroetan teoria horietako garrantzitsuenen ezaugarriak garatuko dira: *enpirismoa* eta *konstruktibismoa*.

### *1.2.1. Enpirismoaren printzipioak eta matematikarekin duen harremana*

Teoria enpiristaren ikuspegiak, orokorrean, ez ditu jakintzak testuinguru zehatz batean kokatzen. Ikuspegi honen arabera, ikaslea ez da gai bera bakarrik jakintzak eraikitzeke: “Ikasleak irakasleak klasean azaltzen duena ikasten du, baina ez du irakasleak azaltzen ez duen ezer ikasten” (Arteaga y Macías, 2016, 27).

Enpirismoan, irakasleak azaldutako jakintza ikaslearengana doa zuzenean: jakintzen zuzeneko helarazketa. Gainera, akatsa porrotarekin harremanduta dago, eta modu honetan ikasleak ezin du bere zereginerako bidean arrakasta izan. Piagetek “enpirista” izena eman zion, irakaskuntza gauzatzea ahalbidetuko duen modu bakarra esperientzia dela babesten duen kontzeptu filosofikoaren izen berdina hartuz.

Matematikaren irakaskuntzari dagokionez, enpirismoak hurrengo dio:

**1. Taula.** Matematikaren irakaskuntza enpirismoan oinarrituta (Arteaga eta Macías, 2016, 28).

EZAGUTZA MATEMATIKOAREN OINARRIA	EZAGUTZA MATEMATIKOA ESKURATZEKO MODUA	ZER ESAN NAHI DU MATEMATIKAREN INGURUKO EZAGUTZAK IZATEA
Errealitatearekin harremana ez duten teknika, algoritmo eta formulen multzoa.	Errepikapenean eta mekanizazioan oinarritutako lana.	Teknika, algoritmo eta formulak gogoratzea.

Printzipio hauei jarraituz, enpirismoaren arabera, matematiken irakaskuntza-ikaskuntza prozesua ikaslearen imitazio modukoa da, bere ikaskuntzan jarrera pasiboa hartuz eta irakasleak azaltzen duen guztia kopia-tuz eta sinestuz. Hau da, irakaskuntza prozesu honen oinarria klase diskurtsiboa da, ondoren ikaslea horri buruzko entrenamendu modukoa egiteko gai izateko, fitxa edo jarduera desberdinak burutuz.

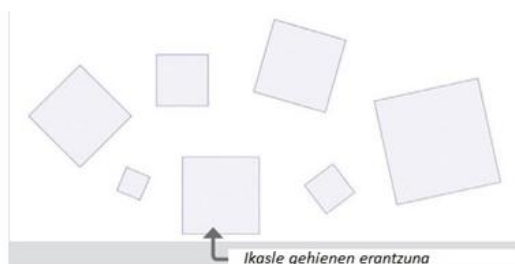
Eredu honek ez ditu ikasle bakoitzaren berezitasunak, erritmoak eta beharrak kontuan hartzen, eta ikasleak dira beraien porrotaren erantzuleak (Arteaga y Macías, 2016).

Honen arabera, ikasleak “hutsik” iristen dira eskolara, inongo ezagutzarik gabe. Eredu teoriko honetan, ekintza hezigarriaren oinarri bakarra jakintzaren objektuaren errepresentazioa da; beraz, irakatsitako kontzeptuen eta objektuaren errepresentazioaren arteko harremanak ezartzea ikaslearen eginkizuna izaten da, ikaslearen akatsak sorraraziz. Hona hemen adibidea:

**Irakaslea:** Irudi hau karratua da.



**Irakaslea:** Irudi hauetatik, zeintzuk dira karratuak?



#### 4. Irudia. Irakasleak azaldutako adibidean oinarritutako irakaskuntza (Arteaga eta Macías, 2016, 28-29).

Esan bezala, irakasleak adibide baten bitartez azaldu nahi izan du karratuaren definizioa, baina modu honetan ikaslea ez da irudi geometrikoa identifikatzeko balioko dioten ezaugarriak ikusteko eta ulertzeko gai izango (lau alde berdin izatea, esate baterako), eta haien artean oso desberdinak diren bestelako adibideak erakustean (biratutak, txikiagoak edo handiagoak, erronbo bat bezala makurtutak...), ez ditu karratuak bezala identifikatuko. Adibideek zenbait kontzeptu edo ezaugarri matematiko azaltzeko balio dute, baina horrekin osagarriak izango diren bestelako ikaskuntza moduak beharrezkoak dira.

Hau guztia kontutan hartuta, honakoa ondoriozta daiteke: teoria enpristik oinarritzko ikaskuntza modua eskaintzen du, buruz ikasitako ikaskuntza ematea posiblea da, eta benetazko ulermenak bigarren planoan geratzen dira.

##### 1.2.2. Konstruktibismoaren hipotesia eta matematikarekin duen harremana

Eredu Enpiristaren kontrako aldean teoria konstruktibista dago, ikaskuntza gertatzen den moduari dagokionez ikuspegi zehatzagoa aurkeztzen duena. Aurretik barneratutako kontzeptuen reformulazio eta reestrukturazioren bitartez, alegia, ikasleak kontzeptu

horiek testuinguru berriei egokitzen ditu eta ezagutza berriei bidea irekitzen die, egoera arazotsuei aurre eginez (Chamorro, 2003; Arteaga eta Macías, 2016). Ikaskuntza matematikoari dagokionez, konstruktibismoak hurrengoak dio:

**2.Taula.** Matematikaren irakaskuntza konstruktibismoan oinarrituta (Arteaga y Macías, 2016, 30)

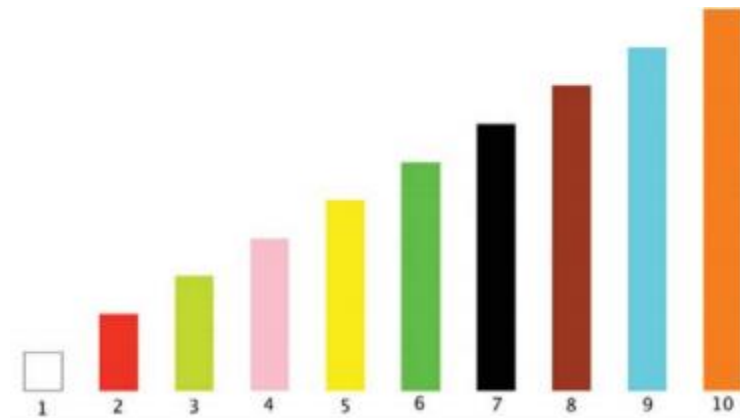
EZAGUTZA MATEMATIKOAREN NATURA	EZAGUTZA MATEMATIKOA ESKURATZEKO MODUA	ZER ESAN NAHI DU MATEMATIKAREN INGURUKO EZAGUTZAK IZATEA
Haien artean harremana duten kontzeptuen multzoa, errealitatearekin lotuak.	Inguruari egokitzapena, aurretik landutako kontzeptuen reformulazio edo reestruturazioaren bitartez.	Kontzeptuen arteko harremanak ezartzea eta egoera problematikoetan aplikatzea.

Eredu honek ezagutza zehatz batzuen ikaskuntza subjektuaren jarduera beharrezkoa dela dio, ezagutzak finkatzeko denbora zehatz bat behar izanik. Honen oinarrian haur bakoitzaren gaitasun, garapen kognitibo eta abilezia desberdinak kontuan hartzea dago, ezinezkoa baita eduki berrien ikaskuntza esanguratsua gauzatu oinarri bezala balioko duten ezagutzak eskuratutak ez badaude.

Eredu konstruktibista lau hipotesi garrantzitsuetan oinarritzen da, Piaget eta Vygostskuren lanetan ageri direnak eta hurrengo lerroetan laburtu ahal direnak (Chamorro, 2003):

1. Ikaskuntza ekintzan oinarritzen da. Haur Hezkuntzan eta Lehen Hezkuntzako lehenengo kurtsoetan batez ere, ikasleek baliabide eta material desberdinen ukipenaren eta manipulazioaren bitartez eraikiko dute ikaskuntza. Baliabide hauek pentsamendu logiko-matematikoaren ezagutzak ulertu, eraiki eta

barneratzeko tresnak ahalbidetuko dituzte. Baliabide hauen adibide bezala Cuisenaireren erregelak daude. Irakasleak hurrengo erregelak (5. Irudia) aurkezten ditu, 1etik 10erako balioekin. Erregela horiek haurrak manipulatzeko posible izateko prestatuak daude, eta irakasleak pausoz pauso horien esanahia azalduko du, haien arteko erlazioak egitera iritsi arte (sei erregela txuriekin eta erregela arrosa batekin laranja lortuko da, adibidez).



**5. Irudia.** Cuisenaireren erregelak

2. Ezagutza batzuk modu inkontzientean eskuratzen dira (imitazioaren bitartez, esate baterako); beste ikaskuntza batzuk burutzeko, aldiz, ikasteko helburuarekin hartutako erabakiak beharrezkoak dira, modu kontzientean egindakoak. Azken urteetan, konstruktibismoaren teoria garatzen joan da, eta ohikoa da matematikako arloan ere teoria pedagogiko horren oinarriak aplikatzea. Ideia garrantzitsuena hurrengoa izango litzateke: “*matematika ikastea matematika eraikitzea da*” (Chamorro, 2003, 40), eta beraz, ikaskuntza akizioan edo ekintzan oinarritzen da (pentsamendua eta operazio logiko-matematikoak ekintzatik datoz, Piagetek azaltzen duen moduan).

“Akzio” hitza egoera didaktiko eta pedagogiko askotan erabiltzen da eta materialen manipulazioari egiten dio erreferentzia. Hala ere, matematikan, “akzio” kontzeptua haratago doa, eta ekintzaren “aurre hartzea”-ri egiten dio erreferentzia; hau da, pensamendu logiko-matematikoari esker (akzio

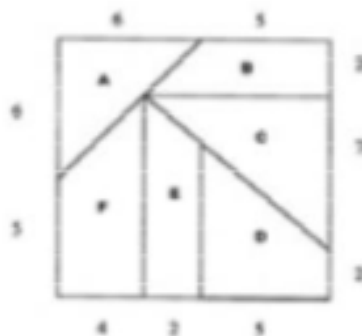


matematikoa) objektu errealeen manipulazioa ekiditzen da, objektuak eskura ez izatean edo kopurua handiegia izatean soluzioa bilatzea erraztuz. Beraz, kasu honetan “akzioa” ez du manipulazioaren beharra; soluzio matematikoa (akzio matematikoa) soluzio praktikoarekin kontra egiten duelako (errealaren gaineko ekintza edo manipulazioa): objektu errealean gaineko ekintzak edo manipulazioak egiaztapena eragiten du, baina ekintza matematikoak, aurrehartze maila batean kokatzen da, eta ekintza matematiko hauek Lehen Hezkuntzan jada aurrera eramane daitezke, materialen manipulaziorik gabe.

3. Ezagutza berrien eskurapena oreka eta desoreka egoeretatik igarotzen da, non aurreko ezagutzak dudan jartzen diren. Ikaskuntza ez da akumulazio eta buruz ikaste hutsean oinarritzen, baizik eta ikasleak dituen aurrezagutzen egokitze eta berrantolaketan. Aurreko ezagutzen kontra ikasten da. Ikaskuntza ez da soilik aurrezagutzen berrantolaketari esker gertatzen, baizik eta dakigunaren apurketaren, hau da, jada bagenekienaren kontra egiteari esker. Adibidez:

6. irudian ikusten den puzzlea handitzea eskatzein zaie ikasleei. Horretarako, klasea 6 hurreko taldeetan banatzen da (puzzleak dituen pieza kopurua eta haur kopurua berdina izanik) eta ikaskide horietako bakoitzak pieza bat handituta sortu behar du, hurrengo “konsignari” jarraituz: puzzle berria, F piezaren aldearen luzera, 4 unitate neurtzen duela, 7 neurtu beharko du orain. Gainerako piezak sortu behar dira ere. Taldeko kide bakoitzak pieza bat sortuko du, eta denak izatean, puzzle berria nola geratzen da erakutsi beharko duzue.

Haurrak lanari ekiten diote eta gehienek egiten dutena bakoitzak bere piezari 3 unitate gehitzea da, baina modu honetan ez dute piezak bat egingo, eta estrategia hori, beraz, ez da baliagarria. Kasu honetan, beraiek bakarrik ikusi dute egin dutena ongi ez dagoela, eta ez dute irakaslearen beharra izan, egoera bera baita haien ekintzei erantzuten duena, ikaskuntza egoera sortuz”

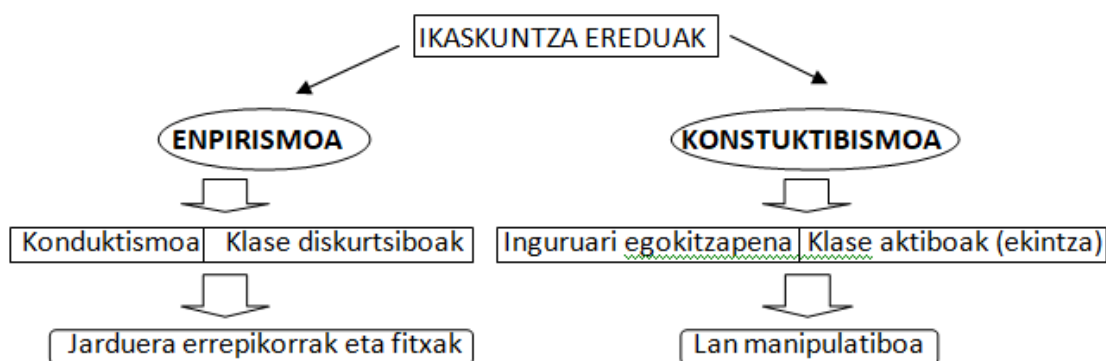


## 6. Irudia. Puzzlea piezetan banatuta (Chamorro, 2003, 43).

4. Talde sozial bereko partaideen arteko eztabaida kognitiboek ezagutza berrien eskuraketa erraztu dezakete (berdinen arteko ikaskuntza). Vygotsky-k zioenari jarraituz, berdinen arteko elkarrekintza (haur-haur elkarrekintza) eta haien arteko eztabaida ikaskuntza errazten du.

Laburbilduz, konstruktibismoan “Ikaskuntza ezagutzaren aldaketa bat bezala hartzen da. Ikasleak bera bakarrik eraiki behar du ikaskuntza hori, eta irakaslearen zeregina hori bultzatzea da soilik” (Brousseau, 2007, 66). Beraz, irakaslearen eginkizun nagusia gelan ikaskuntza egoerak diseinatzea da, ikasleek ezagutza berriak eskura dezaten.

Orain arte azaldutako bi ikaskuntza eredu nagusiak, hurrengo eskeman laburbildu daitezke:



## 7. Irudia. Ikaskuntza ereduak

### 1.3. Egoera Didaktikoen Teoria

Eredu Konstruktibistan oinarrituta, Brousseauk (2007) Matematikaren didaktikaren inguruan aritzen den *Egoera Didaktikoen Teoria* plazaratu zuen. *Egoera didaktikoak* terminoa erabiltzean, Lasaren (2015) arabera bi ikuspuntu desberdinei egin ahal diegu erreferentzia. Lehengoa ikasle-irakasle erlazioan oinarritzen dena da. Honetan, irakasleak ikasleari informazioa zuzenean helarazten dio, eta ikasleak modu berdinean erreproduzitzen ditu edukiak. Beraz, hezkuntza eredu tradizionalarekin harreman dagoela esan daiteke, Enpirismoari lotuta alegia.

Bestetik, Brousseauk (2007) planteatutako ikuspuntua dugu. Egoera Didaktikoen Teoria honetan, tradizionalan ez bezala, hiru atal daude: ikaslea, irakaslea, eta inguru didaktikoa. Hiru subjektu horiek elkarrengaitan *egoera didaktikoak* sortzen dira, eta horietan ikaskuntza gauzatzen da.

Brousseuren teorian oinarritutako egoera didaktikoen barne, beste egoera bat dagoela aipatu beharra dago; *egoera adidaktikoa*, alegia. *“Ikasleak susma dezake aurkeztu zaion egoera zerbait ikasteko helburuarekin aurkeztu zaiola, baina egoeraren barne-egiturak justifikatu behar du jardura bera, inolako arrazoibide didaktikorik gabe. Ikaslea ohartu bada egoera ebazteko gaitasuna duela, eta horrekin batera konturatu bada problemaren ebazpenari esker irakaskuntzatik kanpoko egoera jakin batean eta inolako gidaritzarik gabe erabakiak har ditzakeela, orduan egoera hori ikaslearentzat adidaktikoa da”* (Lasa, 2015, 57)

Beraz, irakaskuntzaren barnean bi egoerek hartzen dute parte. Egoera didaktiko baten subjektuen elkarrekintza irakasleak sorturiko *inguru didaktikoaren barruan* ematen da, ikasleak bere ezagutza eraiki ahal izateko sortutako inguruetan, hain zuzen ere. Bestetik, aldi berean, sortzen diren arazoei aurre egitean, egoera adidaktikoa sortzen da, irakaslearen laguntzarik gabe ikasleak ezagutzak eskuratzen dituelako.

Zerbait irakatsi nahi denean, irakasleak baliabide materiala erabiltzen du, eta baliabide horrekin elkarrengaitako arauak daude, joku baten arauak balira bezala. “Joku” horren fuzionamendu eta garapen egokiak ahalbidetuko du arazoaren soluzioa, eta modu

honetan irakaskuntza gauzatuko da. Beraz, joku edo egoera horren garapena aztertu behar da; izan ere, irakaskuntza subjektuak egoerari egiten duen moldaketaren bitartez gertatzen da, prozesuan irakaslearen parte hartzea egonda edo ez. Ezagutzak, beraz, egoera bakoitza kontrolatzeko tresna bezala ematen dira.

Haurrak kodifikatu gabeko informazioa trukatu du hasieran, akzioaren bitartez (hurrengo atalean sakonago azalduko da) eta hizkuntzarik erabili gabe. Ondoren, informazioa hizkuntzan kodifikatu du “mezua – kodea – kanala – hartzailea” eskema klasikoari jarraituz. Azkenik, ikasle bakoitzak iritziak trukatu ditu, teoria batean bilduz eta enuntziatuen bilduma sortuz (Lasa, 2015). Egoera didaktikoan hiru fase desberdindu daitezke: *akzio*, *formulazio* eta *balidazio faseak*.

#### *1.3.1. Akzio fasea*

*Akzio fasean*, ikasleak modu indibidualean inguru didaktikoarekin elkarerragingo du, problemak ebazteko eta ezagutza berriak lortzeko helburuarekin, betiere berak dituen aurrejakintzak aplikatuz. Fase honetan ikasleak berak hartutako erabakiak inguruneak eskaintzen duen informazioarein erlazionatu dezake, hurrengo egoeratan erabili ahalko duena. Irakaslearen ekintza izango da fase honen oinarria; izan ere, irakasleak inguru didaktikoa eta problemak prestatu ditu, baina ez du modu zuzenean parte hartuko

#### *1.3.2. Formulazio fasea*

Bigarren fasea, *formulazio fasea*, hain zuzen ere, talde lanean oinarrituko da, ikasleek aurreko fasean eraikitako ezagutzak elkarbanatu beharko baitituzte; beraz, ikasleen arteko komunikazio gaitasuna ezinbestekoa izango da. Aipatzekoa da ere taldeko kide guztiak fase honetan parte hartzearen garrantzia, hau da, taldekide bakoitzak bere ideiak komunikatzea eta inguru didaktikoarekin elkarerragitea.

#### *1.3.3. Balidazio fasea*

Bukatzeko, *balidazio fasea* dago. Honetan, modu indibidualean eta taldean inguru didaktikoarekin elkarerragin ondoren, ikasleek beraien produkzioak balioztatzen

dituzte. Hau bi modutan egin daiteke: irakasleak ematen dien material gehigarri baten laguntzaz edo beste ikasleen produkzioarekin alderatuz.

#### 1.3.4. *Instituzionalizazioa*

Ikasleek behin ezagutza eraiki dutela, prozesu didaktikoaren ezinbesteko pausoa da hori jakintzan bihurtzea. Broussearen arabera, pauso horretan ikasleen produkzioak jakintza kultural eta zientifikoekin harremantzen dira, aipatutako produkzioei estatus jakin bat emanez. Hau da, azaldutako faseetan sortutako produkzioak, jakintza teoriko zehatzekin erlazionatzen dira.

Honen arabera, ezagutza eta jakintzak ez dute esanahi berdina, nahiz eta beste zenbait testuingurutan sinonimo bezala erabil ditzazkegun. *Ezagutza* ikaslearen produkzioak direla esan dezakegu: arrazonamenduak, frogapenak, birformulatzeak eta haien arteko erlazioak. *Jakintza*, ordea, aipatutako ezagutza horiek gizartean onartu eta estatusa lortzen dutenean da. Brousseauk (2007), ezagutza modu kontzientean kontutan hartzeari eta beraz, ezagutza jakintzan bihurtzeari *instituzionalizazioa* deitu zion.

Prozesu horretan, deboluzioa izenekoa ere ematen da, ikasleek lortutako ezagutzei zentzua ematea edo modu kontzientean kontutan hartzea. Esan bezala, irakaslearen helburua haurrak bideratzea da, helburu den jakintza hori eskuratzeko bidea erraztuz. Irakaskuntza behar bezala gauzatzeko, ordea, ez da horrekin nahikoa izaten; irakasleak ikasleek ikasitakoa frogatu behar du, ikasitako ezagutzak erabili ahal dituztela eta ikaskutza modu eraginkorrean gauzatu dela egiaztatu behar du. Horri, hain zuzen ere, instituzionalizazioa deritzo.

Egoera didaktiko horietan, irakasleak irakatsi beharreko ezagutza eta edukiak aukeratu ditu, normalean esplizituki curriculumean zehaztuta daudenak. Eduki bat irakatsiko dela erabakitzen denean, irakasleak hura ikasleen gaitasunetara egokitzen du; izan ere, ezin du modu zuzenean jakintza-arloko objektua irakatsi, aurretik bere ikastaldera egokitzen den irakaskuntzarako objektu bihurtu behar baita. Eduki edo ezagutza bati lotutako objektu zehatz batek transformazio desberdinak jasaten ditu jakintza objektu

izatetik irakatsitako objektura (objektuaren bertsio didaktikoa) izatera igarotzeko, eta horri, hain zuzen ere, *transposizio didaktikoa* deritzo (Chevallard, 1997).

Lehen Hezkuntzan proposamen didaktiko bat egiteko beharrezkoak diren oinarrizko eduki teorikoak azaldu eta gero, Nafarroako Lehen Hezkuntzako Curriculumak (Foru Dekretua 60/2014, 2014) zer dioen aztertu beharra dago, prestatutako jarduerak horrekin bat egiteko eta egoera erreal batean aplikatu ahal izateko.

#### **1.4. Nafarroako Lehen Hezkuntzako Curriculumaren deskribapena**

Graduko Bukaerako Lanaren hurrengo atalean aurkezten den proposamen didaktikoa LH3 mailako ikasleei bideratuta dago. Beraz, atal honetan, adin horretako ikasleekin landu beharreko ezagutzak zehaztuko dira. Alde batetik, Matematikaren arloko edukiak orokorrean deskribatuko dira; bestetik, estatistikari eta zenbakikuntzari erlazionatutako edukiak sakonki aztertuko dira.

Lehenengo multzoak *“Prozesuak, metodoak eta jarrerak matematikan”* du izena. Honetan, problemak ebazteko prozesuak lantzen dira: enuntziatua aztertu eta ulertzea, zientziaren lan metodora hurbiltzea haren ezaugarriak aztertuz eta praktikak jarritz, estrategia desberdinak erabiltzeko gai izanda (eskemak, marrazkiak, taulak...) emaitza lortzeko gaitasuna eskuratzea... Betiere IKT baliabideen erabilpena kontuan izaten da: *Informazio eta komunikazioaren teknologiak ikaskuntza prozesuan txertatzea* (Foru Dekretua 60/2014, 2014, 4).

Bigarren multzoa *“Zenbakiak eta aljebra”* da. Hau aurrerago sakonki azalduko da, baina laburbilduz, multzo honen barne hurrengo edukiak daudela esan dezakegu: zenbaki arruntak, dezimalak eta zatikiak menperatzea eta eragiketak burutzea, buruz zein aritmetikoki egiteko estrategiak garatuz.

Ebaluazio irizpide eta estandarretan, eduki hauek sakonago azalduta ageri dira, eta hurrengoak nabarmendu ditzakegu: *999.999ra arteko zenbaki arruntak irakurri, idatzi, ordenatu eta benetako testuinguruetan problemak interpretatzeko eta ebazteko erabiltzea* (hau da, horien ezagutza praktikara eramatea) ; *batuketa, kenketa biderketa eta zatiketaren hastapenak estrategia desberdinak erabiliz; kalkuluak buruz egiteko*

*oinarrizko estrategiak ezagutu eta aplikatu; eta eguneroko bizitzako problemak identifikatu eta ebazu, errealitatearen eta matematikaren arteko loturak ezarriz.*

Ikus daitekeen bezala, edukiak errealitatera eramateko eta praktikan jartzeko gaitasunari garrantzia ematen zaio. Hasieran aipatutako edukiak modu laburrean azaltzen dira, berriz, ebaluatu beharreko ikaskuntza estandarren zutabeen, hauen zehaztapenak ageri dira, eta horien barne, aurrerago aurkeztuko den proposamen didaktikoari begira (LH3 mailan oinarrituta dagoen) interesatzen diren aipamenak hurrengoak dira (Foru Dekretua 60/2014, 2014):

- *Zenbakiak konparatu eta ordenatzen ditu*
- *Lehen 30 zenbaki ordinalak testuinguru desberdinetan erabiltzen ditu*
- *Bikoitza, hirukoitza, erdia, herena... adierazpenak ulertu eta testuinguru desberdinetan erabiltzen ditu*
- *Zifra bateko hiru zenbakiren arteko batuketak eta kenketak kalkulatzeko*
- *Buruz dakizki biderketa taulak*
- *Zenbakikuntzarekin loturiko nozioak aplikatzen ditu problema aritmetikoak ebazteko*
- *Problema baten aurrean datuak edo galdera edo enuntziatua edo eragiketak zehaztu/erlazionatzen ditu*

Hirugarren multzoa “*Neurriei*” dagokio. Honetan, luzera, edukiera, pisua eta denbora magnitudeak eta horiek egoki neurtzeko unitateak nahiz tresnak aipatzen dira, baita ahoz zein idatziz prozedura zehatzetan jarraitutako estrategiak azaltzeko gaitasuna.

Jarraian, laugarren multzoak, *Geometriaren* inguruko edukiak biltzen ditu. Honen barne oinarritzko forma eta irudi geometrikoak ezagutzea, deskribatzea eta espazio desberdinetan irudikatzeko (planoak, maketak) gaitasuna azaltzen da. Horrez gain, aipatzekoa da geometriari buruzko edukiak bizitza errealarekin lotzeari ematen zaion garrantzia: *...ikasleentzat hurbilekoak diren egoeretan... , bizitzan eta ingurunean irudi lauak identifikatzea...*

Bosgarren eta azken multzoari dagokionez, lan honen oinarri den Estatistika eta probabilitatea edukiak sartzen dira modu labur batean:

- *Datuak bildu eta tauletan eta grafikoak adieraztea*
- *Grafikoak eta koadroak irakurtzea*

Multzo honetan agertzen diren edukiak laburki azalduta daudenez, ebaluazio irizpide eta ebaluatu beharreko ikaskuntza estandarrak kontutan hartuko dira ere. Horien inguruan, Curriculumak hurrengoak dio:

- *Datuak bildu eta tauletan erregistratzen ditu txantiloiak erabiliz*
- *Grafiko errazak osatzen ditu txantiloiak erabiliz*
- *Sarrera bikoitzeko tauletako eta grafiko errazetako datuak interpretatu eta deskribatzen ditu*
- *Estatistika nozioak aplikatzen ditu problema aritmetikoak ebazteko*
- *Estatistikako edukiak loturiko problemak planteatu eta ebazten ditu.*

### **1.5. Estatistika proiektu baten oinarriak**

Abaurreak eta Lasak (2018) azaltzen duten bezala, estatistika proiektuen bidez eduki matematiko aritmetikoak modu naturalean lantzen dira, hori baita horien lan metodoaren funtsezko testuingurua. Modu horretan, aurretik azaldutako teoria enpiristan oinarritutako metodologia alde batera utzi daiteke eta metodologia konstruktibista batean oinarritutako proiektu estatistikoa sortu, non zenbakiak eta horien arteko eraketak landuko diren. Hau da, estatistikaren edukiak eta zenbakikuntzako edukiak modu isolatuan landu ordez (aurreko atalean deskribatu den Curriculumean agertzen den moduan), biak modu integratuan lantzea proposatzen dute, ikasleei eduki horien erabilera erreal bat erakutsiz.

#### *1.5.1. Estatistikaren aplikazioa Lehen Hezkuntzan*

Behin eduki curricularrak ikusita, estatistikaren inguruko saioetan proiektuak integratzeko arrazoi garrantzitsuenak aztertuko dira. Batanero eta Díazek (2011) dioten moduan, estatistika haren aplikazioekiko bereizezina da, eta honen justifikazioa estatistikaren edukietatik kanpo geratzen diren problemek ebazketetan duen erabilgarritasuna da. Horrez gain, garrantzitsua da eduki baten ezagutza eta horren aplikazioa desberdintzea; izan ere, ezagutza horiek aplikatzeko gaitasuna ezagutza



teknikoen jakintza izatea baino askoz ere zailagoa da, horiek noiz eta nola erabiltzen diren jakin behar delako.

Testu liburuetakoko problema edo ariketa desberdinak, ordea, ezagutza teknikoen jakintza soilean oinarritzen dira, horien aplikazioa alde batera utziz. Proiektuekin lan egitean, aldiz, ikasleak hurrengo galderak formulatu behar dituzte euren buruari: “Zein da nire arazoa?”, “Datuak behar ditut?”, “Zeintzuk?”, “Nola eskuratu ditzaket?” edo “Praktikan, zein da emaitza honen esanahia?”. Ez da ahaztu behar estatistika datuetan oinarritutak zientzia dela, eta datu horiek, era berean, ez direla zenbaki soilak, testuinguru batean dauden zenbakiak baizik. Modu laburrean esanda, ikasleek estatistika proiektuen bitartez lantzearen (eta ez testuingururik gabeko datuen azterketa eginez) puntu positiboak hurrengoak direla esan daiteke (Batanero y Díaz, 2011):

- Proiektuek estatistika testuinguratzea lortzen dute, landuko eduki esanguratsuagoak sortuz. Datuak arazo batetik sortzen badira, esanahia duten eta interpretatu beharreko datuak izango dira.
- Proiektuek ikasleen interesa eta motibazioa areagotzen dute, batez ere ikaslearentzat haien bizitzan errealia izan daitekeen gai erakargarrian oinarritzen bada. Horrela, ikasleak arazoari konponbidea eman nahiko dio, eta ez egin beharreko lana ez da irakaslearengandik hain inposatuta egongo.
- Datu errealekin hobeto ikasten da, eta irakasleak asmatutako datuetan oinarritutako proiektuetan agertzea zailagoa diren ideiak azaleratzen dira: fidagarritasuna, zehaztasuna, aldakortasuna...
- Estatistika eduki matematikoetara murrizten ez dela frogatu daiteke.

### 1.5.2. *Estatistikaren elementuak*

Proiektu estatistikokoaren proposamenarekin hasi baino lehen, estatistikaren oinarritzko elementuak argituko dira: *aldagaien izaera*, zentralizazio-parametroak, *laginketa*, *grafikoak* eta *estatistika proiektuaren faseak*.

#### 1.5.2.1. Aldagaien izaera

Abaurreak eta Lasak (2018) aipatzen duten moduan, aldagai estatistiko bat ezaugarri neurgarri bat da, eta ezaugarri horrek balio ezberdinak har ditzake norbanako edo objektu ezberdinetan.

Era berean, aldagaiak hartzen dituen balioak *kualitatiboak* edo *kuantitatiboak* izan daitezke. Abaurreak eta Lasak aldagai batek hartzen dituen balioen “natura”-ren arabera mota batekoa edo bestekoa dela azaltzen dute.

Aldagaiak hartzen dituen balioak zenbakizkoak ez direnean (edo zenbakizkoak izanagatik ere, zenbaki horrek “etiketa” funtzioa hartzen duenean) *aldagaia kualitatiboa* dela esango da, eta aldagaiak hartzen dituen balioak zenbakizkoak direnean (eta zenbaki horrek “etiketa” funtziorik ez duenean, baizik eta esanahi aritmetikoa duenean eta sekuentzia ordenatu baten barnean aurkezten denean), berriz, *kuantitatiboa* izango da. Beste modu batean esanda, proiektuaren galdetegiaren erantzuna zenbakiekin erantzuten denean (zenbaki zehatz batekin), *kuantitatiboa* izango da; erantzuna hitzen bitartez adierazten denean, berriz, *kualitatiboa*.

*Aldagai kualitatiboen* adibideak aztertzen den populazioaren “begien kolorea”, “kirolrik gustokoen”, edo “ama-hizkuntza” zein den izan daiteke; *aldagai kuantitatiboak*, berriz, “maskota kopurua”, “egunero telebista ikusten pasatako orduak” edo “altuera zentimetroetan” izan daitezke.

Aldagaia *kuantitatiboa* denean, beste sailkapen bat egin daiteke: *kuantitatibo diskretua* edo *kuantitatibo jarraitua*. Zenbakiak multzoka hartzen badira *kuantitatibo jarraitua* izango da (emandako bi balioen arteko edozein balio har dezake), hala nola “familiako kideen altuera” neurtzeko 5 zentimetroko tartekak ahal dira (tartekak emaitzen arabera sortuko lirateke ere). Aldagai kuantitatibo batek zenbakizko balio jakin batzuk hartzen baditu (eta ezin baditu zehatz horiekiko ezberdinak direnak hartu), ordea, *kuantitatibo diskretua* izango da, hala nola “etxean dauden animalia kopurua”.

Horrez gain, aipatzekoa da aldagai kualitatiboen artea bi modalitate edo kategoria bakarrik hartzen dituztenak badaudela, *aldagai dikotomiko* deritzenak, alegia. Horien

kasuen erantzun posibleak Bai/Ez; 1/0; Egia/Gezurra etab. izaten dira. Esate baterako, erreferendum bidezko galdeketetan aldagai dikotomikoak neurtzen dira: “Nahi duzu Euskal Herria errepublika independente izan dadin Europako Batasunaren barnean?”. Galdera horri erantzuteko BAI eta EZ dira erantzun posible bakarrak, eta ez dute tarteko erantzun anbiguorik onartzen, beraz, *aldagai estatistiko dikotomikoak* dira (Abaurrea eta Lasa, 2018).

#### 1.5.2.2. Zentralizazio-parametroak

Taula batean edo grafiko batean ematen den informazioa laburbiltzeko, estatistikan hiru motatako parametroak sortu dira: *zentralizazio-parametroak*, *sakabanatze-parametroak* eta *posizio-parametroak*. Proposamen hau burutzeko zentralizazio-parametroak kontutan hartuko dira.

Lasak eta Abaurreak (2018) azaltzen duten modua, *zentralizazio-parametroek* datuak zer balioen inguruan elkartzen diren adierazten dute. Horien artean *bataz-bestekoa*, *mediana* eta *moda* daude. Hala ere, kontuan izan behar da *bataz-bestekoa* eta *mediana* aldagai kuantitatiboen kasuan soilik kalkula daitezkeela; *moda*, berriz, aldagai kuantitatibo zein kualitatiboen kasuan kalkula daiteke. Lan honetan aurkezten den proiektu didaktikorako interesatzen zaizkigunak *bataz-bestekoa* eta *moda* dira; Abaurreak eta Lasak (2018) horrela definitzen dituztenak:

- *Bataz bestekoa*. Banaketa estatistiko batek hartzen dituen balio guztiak batu eta laginaren tamainarekin zatituz gero lortzen den zentralizazio-parametroa.
- *Moda*. Maiztasun handienez agertzen den aldagaiaren balioari esaten zaio moda. Maiztasun handien hori aldagaiaren balio batentzat edo gehiagorentzat ager daiteke, eta horregatik, banaketa estatistikoak moda bakarrerkoak, bikoak edo gehiagokoak izan daitezke.

#### 1.5.2.3. Laginketa

Estatistika proiektu bat egiten denean, ez da norbanako bakar baten informazioa jasotzen, baizik eta norbanakoen edo objektuen multzo baten informazioa. Hau da, proposamen honetan ez da pertsona soil baten informazioa neurtuko, baizik eta

multzo oso baten informazioa, kasu honetan ikasleen senideen informazioa, hain zuzen ere. Baina, multzo hori aukeratzeko, zein prozedura jarraitu ohi da?

Hasteko, ezaugarri zehatz batzuk betetzen dituzten indibiduoek osatzen dute multzoa (hauteskunderetan, adibidez, 18 urtetik gorako biztanle guztiek osatzen dute), eta multzo oso horri *errolda* esaten zaio. Aitzitik, batzuetan ezin da multzo oso horren informazioa jaso, baldintzapen ekonomikoek edo denbora-baldintzapenek ezinezkoa egiten baitute aldagai baten populazio-azterketa egitea, Abaurrea eta Lasak (2018) azaltzen duten moduan. Kasu horietan, *laginketa* egiten da, hau da, populazio osoaren zati bat hartzen da. Zati horrek multzo osoaren informazio partziala ematen duenez, ordea, irizpide zehatz batzuk kontuan hartuz aukeratzeko dira norbanako horiek, proiektua fidagarria izateko jasotzen den informazioa multzo osoaren adierazgarri izan behar delako. Zenbat eta handiagoa izan aztergai den multzoa, orduan eta esanguratsuagoa izango da multzo horren gainean lortuko den informazioa.

Laginketa hori egiteko hainbat modu daude, *populazioa homogenea* edo *populazioa heterogenea* den kontuan hartuz betiere.

*Populazio homogeen*aren kasuan, hau da, aldagai estatistikoak edo neurtu nahi den horrek har ditzakeen balio guztiak berdin banatuta daudenean populazioko indibiduo guztien artean zorizko laginketa egin ohi da; izan ere, aukeratua izateko probabilitate bera izango du populazioko indibiduo bakoitzak. Zorizko hautaketa egitea ezinezkoa bada edo zoriz hautatzea ekiditu nahi bada, ordea, *laginketa sistematikoa* egiten da. Laginketa mota horretan, populazioko indibiduo guztiak zerrenda batean antolatzen dira, eta, zorizko laginketan bezalaxe, indibiduo bakar bat hautatzen da zoriz modu ekiprobablean. Bukatzeko, *laginketa konglomeratua* dago. Horretan populazio osoaren antzeko ezaugarriak dituen lain bat aukeratzeko da zoriz, eta zoriz hautatuko lain hori aztertzen da osorik, mini-populazio bat izango balitz bezala.

*Populazioa heterogenea* denean, ordea, elkarren artean oso ezberdinak diren sektore edo klase aunitz egongo dira, hautatzen den sektorearen arabera emaitza oso desberdinak lortuz. Hortaz, beste laginketa mota bat egin ohi da, *laginketa estratifikatua*, alegia. *Laginketa estratifikatuan* aipatutako sektore guztien presentzia dagoela bermatu behar da. Esate baterako, aisialdiko denbora zertan inbertitzen den

aztertu nahi bada, emaitzak oso desberdinak izango dira adinaren arabera eta beraz, adin-tarte guztietan datu kopuru bera hartzen dela ziurtatu behar da, emaitza errealak lortzeko.

#### 1.5.2.4. Grafikoak Singapurreko metodoan oinarrituz

Estatistika proiektuetan, datuak tauletan aurkeztean, batzuetan informazio hori irakurtzea eta zuzenean interpretatzea zaila izaten da; hori errazteko, datuak antolatzeko balioko duten grafikoak sortzen dira. Aldagai kuantitatibo diskretuetan eta aldagai kualitatiboetan ohikoenak *barra-diagrama* eta *sektore-diagrama* dira; lan honetan proposatuko den proiektua Lehen Hezkuntzako 3. mailan burutzeko prestatuta dagoenez eta maila horretan ehunekoekin kalkulatzeko gai ez direnez (*sektore-diagrama* egiteko horri buruzko ezagutza minimoak beharko lirateke), ordea, soilik *barra-diagrama* egitea eskatuko zaie ikasleei

Barra-diagraman, aldagaiaren balioak (demagun azterketaren aldagai estatistikoa ikasle bakoitzak daukan senide kopurua dela. Orduan, aldagaiaren balioak hauek izan daitezke: senide bat, bi senide, hiru senide...) abzisa-ardatzean (OX) kokatzen dira, hau da, ardatz horizontalean. Era berean, balio horietako bakoitzari altuera bat esleitzen zaio, ordenatu-ardatzean (OY) kokatzen dena. Altuera horrek aldagaiaren balio bakoitzaren *maiztasun absolutua* aurkeztuko du, hau da, balio bakoitza zenbat aldiz agertu den (adibidearekin jarraituz, zenbat ikaslek daukaten senide kopuru hori). Jarraian barra-diagrama baten (8. irudia) adibidea aurkezten da, 25 ikasleko klase batean egunero gailu teknologikoekin igarotako denbora (orduetan) aztertzen duena (orduetan):

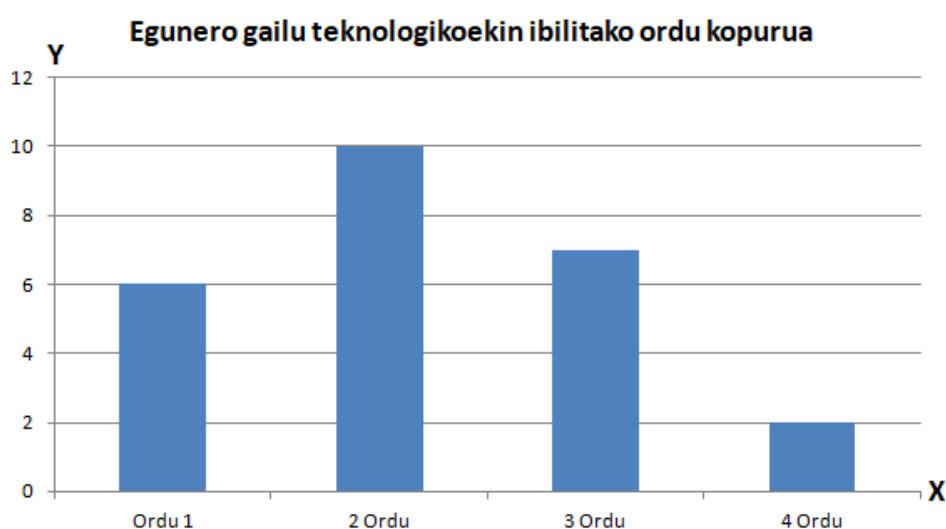
**3. Taula.** Ikasleek gailu teknologikoekin igarotzen duten aurkezten duen maiztasun taula

<i>Aldagaiaren balioa (gailu teknologikoekin egunero igarotako orduak)</i>	<i>Maiztasun absolutua (ikasle kopurua)</i>
1	6
2	10
3	7

4	2
---	---

Datu hauek (3. taula) honakoa adierazten dute: 6 ikasle daudela egunean ordu bat gailu teknologikoekin igarotzen dutenak, 10 ikasle daudela egunean bi orduz egoten direnak, 7 ikasle daudela hiru ordutan zehar gailu teknologikoekin aritzen direnak eta 2 ikasle daudela 4 orduz aritzen direnak.

Aldagaiaren balioak OX ardatzean kokatuko lirateke, hau da, lerro horizontalean; aldiz, balio hori errepikatzen den kopurua (maiztasun absolutua), OY ardatz bertikalean. Datu hipotetiko hauekin, beraz, grafikoa horrela geratuko litzateke:



### 8. Irudia. Aurreko taulako datuak aurkezten dituen barra diagrama

Lan honetan aurkezten den proposamen didaktikoan grafikoak sortzeko, Singapurreko eredua kontuan hartuko da. Rodríguezek (2011) azaltzen duen bezala, 1992ean, ikasle guztien ikaskuntza bermatzeko asmotan Singapurreko irakaskutza matematikoaren metodología aldatu zen. Hiru urte geroago, ahalegin horien emaitzak agerian geratu ziren: haien ikasleek mundu mailako azterketetan lehenengo posizioak hartuz. Geroztik, Singapurren erabilitako metodoa mundu osoan zabalduz joan zen, hala nola AEBn, Ingalaterran, Holandan edo Chilen.

Metodologia honen oinarria “CPA” metodoa izan zen, konkretua (C), piktorikoa (P) eta abstraktua (A), hain zuzen ere. Hitz horietako bakoitza problema bat ebazteko “fase”

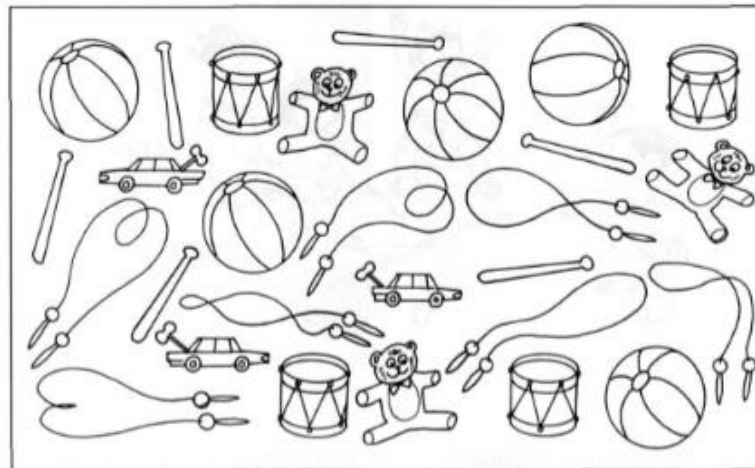
moduko bat adierazten du; hau da, ikasleek ez dute problema modu abstraktuan zuzenean ebatziko, baizik eta maila sinplenetik maila konplexuraino iritsiko dira, 3 fase horiek betez. Hitz bakoitzaren esanahia horrela laburtu daiteke:

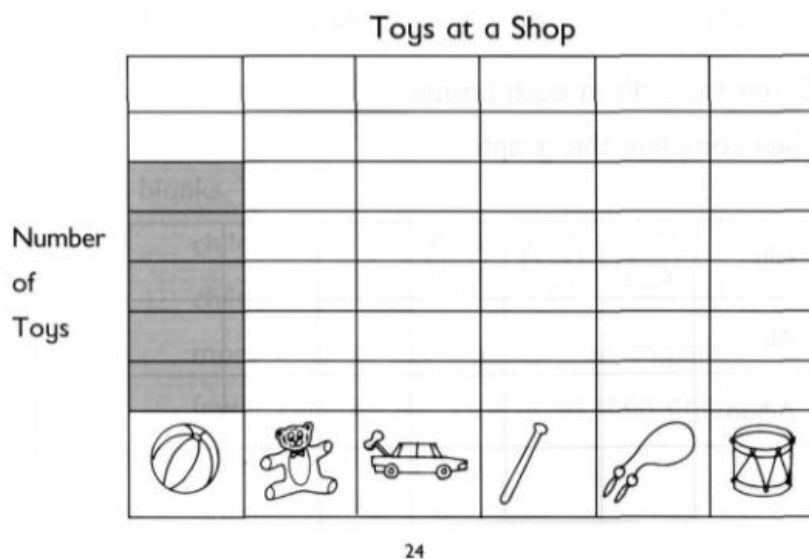
- Konkritua: ikasleek material konkretuarekin esperimentatzen, ezagutzen eta aplikatzen dute.
- Piktorikoa: informazioa modu grafiko eta piktorikoan interpretatzen da, problemen ebazpena lortuz.
- Abstraktua: etapa honetan problema sinbolo eta zeinuen bitartez ebazten da.

Esan bezala, hitz bakoitzak fase edo pauso bati egiten dio erreferentzia. Hau Lehen Hezkuntzako mailetan grafikoen sorkuntzari aplikatuz eta zehazki barra-diagrama kontuan hartuz, pausoak horrela izango lirateke:

*Lehenengo mailan* piktogramak erabiliko dira, indibiduo bakoitzarako laukitxo bat marraztuz. Jarraian horren adibidea ikus daiteke:

2. The picture shows the toys in a shop.  
Count each type of toy and complete the graph below.



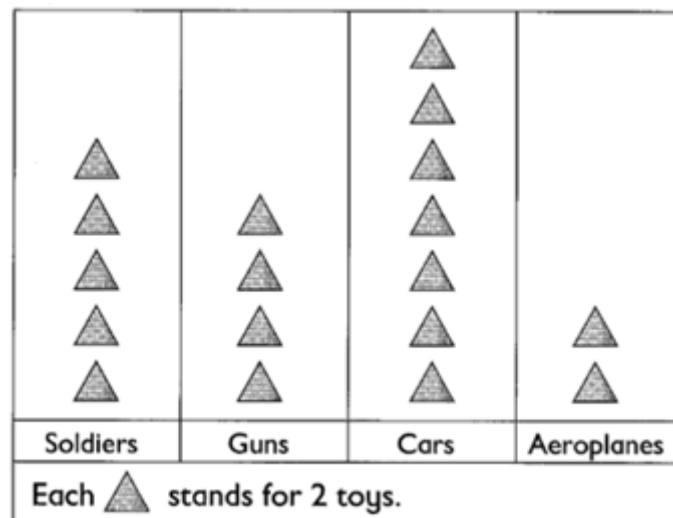


**9. Irudia.** Singapurreko Matematikako liburuko lehenengo mailako barra diagrama baten adibidea. Barra-diagrama osatu gabe dago, ikasleei osatzeko eskatzen zaie ariketan (Marshall Cavendish International -Singapore, 2003, *Primary Mathematics 1B*, 24)

9. irudiari dagokion adibidean, dendan dauden jostailu guztiak modu desordenatuan agertzen dira, eta horiek behean agertzen den grafikoan kokatu behar dira. Hasteko, baloiaren marrazkia ageri da eta beraz, zutabe horretan margotu behar diren lauki kopurua dendan dauden baloi kopuruaren berdina da (kasu honetan, 5). Modu horretan, bete gabe dauden gainerako zutabeen laukitxoak margotu beharko lirateke, dendan dauden jostailuak kontutan hartuz. Lehen Hezkuntzako lehenengo mailan egin beharreko barra diagramek, orduan, ezaugarri hau dute: objektu edo indibiduo bakoitza laukitxo baten bidez adierazten da barra diagraman.

*Lehen Hezkuntzako bigarren mailan*, berriz, eskala erabiltzen hasiko dira. Aurreko mailan ageri den adibidean, esan bezala, laukitxo bakoitzak indibiduo (kasu horretan jostailu bat) bati egiten dio erreferentzia. Maila honetan, ordea, eskala sartzen da eta beraz, laukitxo batekin indibiduo bat baino gehiagori erreferentzia egitea posible izan daiteke. 10. irudian triangelu bakoitzak bi jostailuri erreferentzia egiten diola ikus daiteke. Modu honetan, jostailu bakoitza ez da laukitxo edo iruditxo bakar batez adierazten barra diagraman.

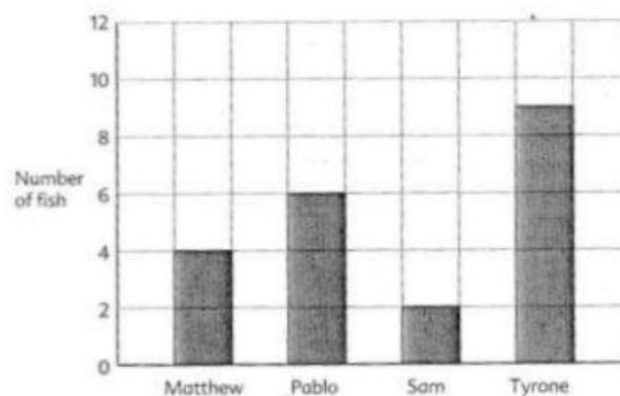




**10. Irudia.** Singapurreko Matematikako liburuko bigarren mailako barra diagrama baten adibidea (Marshall Cavendish International -Singapore, 2003, *Primary Mathematics 2B workbook*, 47)

*Hirugarren mailan*, barra-digarama osoa irudikatuko da, hurrengo adibidean ikusten den moduan:

This **bar graph** shows the same information.



**11. Irudia.** LH3n erabili daitekeen barra diagrama (Marshall Cavendish Education – Singapore, 2003, *Primary Mathematics 3B textbook*, 59)

Honen ezaugarriak bereizgarriena indibiduoak modu isolatuan irudikatzen ez direla da; izan ere, ezkerreko ardatz bertikalean (OY izango litzatekeena) aldagaiaren maiztasuna adierazteko barra oso bat irudikatzen da. Hau da, maiztasun absolutuak eskala bidez ageri dira, kasu honetan laukitxo bakoitzak bi indibiduo adieraziz. Grafiko honek pertsona bakoitzak dituen arrain kopurua (*Number of fish*) zehazten du; Sam-en kasuan, adibidez, laukitxo bat markatuta dago, baina ardatz bertikaleko eskala kontuan hartuz, horrek 2 arrain dituela esan nahi duela ikusiko da.

#### *1.5.2.5. Estatistika proiektuaren faseak*

Estatistika arloko proiektu bat den heinean, lan honetan aurkezten den proposamenak ere proiektu estatistikoaren etapak beteko ditu: *aldez aurreko hipotesiak, esperientzia aurrera eramatea, datuen bilketa, datuen bistaratzea eta aieruak eta horien balioztatzea*. Gainera, proiektu estatistiko baten oinarritzko nozioak lantzeaz gain (datu bilketa, grafikoen interpretazioa...), eragiketa desberdinak integratzeko balio izango du. Aurrez aipatutako fase horiek hurrengoak dira, Abaurreak eta Lasak (2018) azaltzen duten bezala:

1. *Aldez aurreko hipotesiak*. Ikasleek ahoz zein idatziz haien hipotesiak egin beharko dituzte pauso honetan. Garrantzitsua da lehenengo fase honetan ateratako ideiak apuntatzea eta horiek gordetzea, izan ere, proiektuaren amaieran ateratzen diren emaitzekin kontrastatu beharko dituzte.
2. *Esperientzia aurrera eramatea*. Fase honetan haurraren zeregina ekintzan oinarrituko da. Aurretik azaldu den teoria konstruktibistaren arabera, haurra akzioaren bitartez ikasten du, eta hori da hemen praktikan jarriko dena, hain zuzen ere. Nahiz eta irakasleak haurraren lanean bideratu, berak egiten dituen akatsen ondorioz ikastea izango da helburua.
3. *Datuen bilketa*. Bigarren pausoa burutzen den heinean, haurrak datuak bildu beharko ditu eta nonbaiten erregistratu (taula, zerrenda...). Ondoren, datu-bilketa horren kalitatea hobetuko da, informazioa modu ordenatuago batean bilduz.

4. *Datuen bistaratzea*. Jasotako datuak taldekideekin partekatu beharko dituzte eta informazioa “tratatu” beharko dute, taula bat eraikiz eta ondoren horren grafikoa sortuz.
5. *Aieruak eta horien balioztatzea*. Hasieran aipatu bezala hasierako hipotesiak eta usteak lortutako emaitzekin kontrastatu beharko dituzte.

## 2. PROPOSAMEN DIDAKTIKOA

Proposamen didaktiko hau estatistika proiektu baten oinarritzko nozioak lantzen diren bitartean maila horri dagokion eragiketa matematikoak integratzeko diseinatu da, eta Lehen Hezkuntzako 3. mailan aurrera eramateko prestatuta dago. Ikusiko den bezala, estatistika proiektu baten bitartez, zenbakikuntzaren inguruan curriculumean aipatzen diren aspektu asko landu ahal dira.

Orokorrean, estatistika eta probabilitatearen inguruko edukiak oso gutxi lantzen dira, Curriculumaren azkeneko multzoak osatzen dutelako, eta zenbakikuntza edo neurketari buruzko edukiei lehentasuna ematen zaielako. Askotan, nahiz eta ikasturteko plangintzaren barruan sartu, ez dago denborarik, eta landu gabe geratzen dira; gainera, eduki hauek testu liburuen azkeneko orrialdeak hartzen dituzte.

Proposamena bi azpi-proiektu nagusitan banatuko da, nahiz eta bakoitzean estatistika proiektuaren fase berdinak jarraitu: *aldez aurreko hipotesiak*, *esperimentua aurrera eramatea*, *datuen bilketa*, *datuen bistaratzea*, eta *aieruen balioztatzea*.

Fase hauek aurrera eramaten diren heinean, marko teorikoan azaldutako Egoera Didaktikoen Teoriako faseak ere aurrera eramaten dira: akzio fasea (ikasleen ekintza, *aldez aurreko hipotesiak* egitean, *esperimentazioa aurrera eramatean*, *datuen bilketan...*), formulazio fasea (*esperimentazioa aurrera eramatean*, taldeka zein gainerako taldeekin elkar komunikatzen direnean) eta balidazio fasea (demaitzak besteekin partekatzean eta ikasleen artean elkar zuzentzean, *datuen bistaratzean*, *aieruetan...*). Gainera, proiektuek egoera didaktikoak dituzte ere, beraiek bakarrik lan egiten dutelako eta ezagutza eraikitzen doazelako, irakaslea jardueren gidaria izanik. Berak prestatutako materialari (ingurune didaktikoa) egokitzen doaz ikasleak eta horiek erabiltzen dituzte jarduerak ebatzeko. Beraz, ariketak estatistika proiektuko

faseen arabera diseinatuta daude, baina ariketeak bere osotasunean begiratuz gero, Brussearen faseak ere jarraitzen direla ikusiko da.

Jarduera bakoitzaren xehetasunekin hasi baino lehen, jarraian proiektuaren oinarrizko ezaugarriak atalka azalduko dira: *taldearen ezaugarriak eta testuingurua, helburu didaktikoak, itxaropenak, oinarrizko gaitasunak, edukiak, baliabideak eta metodologia*.

## **2.1. Taldearen ezaugarriak eta testuingurua**

Proposamena Iruñerriko eskola bateko Lehen Hezkuntzako 3. mailako ikasleekin aurrera eramateko diseinatu da. Maila horretan lerro bakarra dago, 25 ikasleko klaseak osatzen duena. Proiektuaren testuingurua familiarekin zerikusia du, eta ikasleen anai-arreba edo lehengusu-lehengusinen datuak bildu beharko dira. Kasu honetan, gelako 25 ikasleak haien familiarekin bizi dira (ez dago arrera zentro edo antzeko erakunde batean bizi den inor), ezinbesteko ezaugarria baita hau aurrera eraman ahal izateko. Taldearen ezaugarriak bestelakoak izango balira, testuingurua aldatu beharko litzateke.

LH 3. mailako klase honetan, biderketa taulak aurten barneratu dituzte; zatiketak egiterako orduan, berriz, orokorrean zifra bateko zenbakiekin zatitzeko gai dira, hau da, zatiketa sinpleak egin ahal dituzte. Hala ere, ez dute zatiketak formalki egiteko modua behar bezala ikasi, izan ere, zatiketa sinpleren bat ebazten dutenean biderketarekin “alderantzizko” erlazioa egiten dutelako da. Adibidez, 24 zati 4 egiteko eskatzen zaienean, 6 erantzuna ematen dutenek horrela arrazoitzen dute: “4 bider 6 egitean 24 lortzeko delako”.

Badaude, ordea, biderketa taulak oraindik menperatzen ez dituzten ikasleak, eta horiek zatiketa sinpleak egiteko ere ez dira gai; hala ere, ikasle hauek ez dute klasearen gehiengoan osatzen.

Hori kontuan izanda, aurrerago proposatzen diren estatistika proiektuetariko batean, datu bilketa baten *bataz-bestekoa* kalkulatzeko eskatuko zaie (batuketa edota biderketa eta zatiketa eragiketak lantzeko helburuz). Aitzitik, curriculumean, estatistikari dagokion atalean, *bataz-bestekoa*-ren inguruan aipamenik egiten ez dela ikusi dugu. Horregatik, ikasleei ez diegu esango *bataz-bestekoa* kalkulatzeko ari garela,

“banaketa justu” baten inguruan hitz egingo dugu. Era berean, aurrerago azalduko den *moda* kalkulatzean berdina gertatuko da; irakasleak ez du izen formala erabiliko, “gehien errepikatzen den datua”-ri buruz hitz egingo du. Proiektuak deskribatzen direnean ideia hau zehatzago azalduko da.

## 2.2. Helburu didaktikoak

Jarraian, proposamen honen helburu orokorrak eta zehatzak zehaztuko dira.

### 2.2.1. Helburu orokorrak

Ikasleek proiektu estatistiko hau burutzen duten bitartean, hurrengo helburu orokorrak beteko dituztela espero da:

- Proiektu estatistiko baten faseak ezagutzea
- Proiektu estatistiko bat aurrera eramateko gai izatea
- Proiektu estatistiko bat testuinguru erreal batean kokatu daitekeela ulertzea
- Proiektuaren hipotesien kontzeptua ulertzea eta horiek egiteko gai izatea
- Proiektu estatistiko bat burutzeko behar diren oinarritzko eragiketak burutzeko gai izatea
- Oinarritzko grafikoak sortzen eta interpretatzen ikastea: *barra diagrama*
- Ikasleen arteko elkarlana eta proiektuak taldean aurrera eramateko gaitasuna garatzea

### 2.2.2. Helburu zehatzak

Esan bezala, proiektua beste bi azpi-proiektutan banatuko da, eta nahiz eta bietan helburu orokorrak bete, horietako bakoitzean bereizgarri izango den helburu zehatza egongo da.

Lehenengo azpi-proiektuan datuak kuantitatibo diskretuak dira, eta helburu zehatza hurrengoak izango da:

- Bataz bestekoa ateratzeko gai izatea
- Zatiketa sinpleak (zifra batekoak) proiektu estatistiko baten barne erabiltzen ikastea
- *Herena* eta *laurdena* kontzeptua lantzea

Bigarren azpi-proiektuaren helburua, ordea, hurrengoa da:

- Moda ateratzeko gai izatea

### **2.3. Itxaropenak**

Hasieran aipatzen den bezala, Lehen Hezkuntzan estatistikari buruzko ezagutzak askotan ahaztuta gelditzen dira, ikasturte bukaerarako programatzen direlako edo garrantzia ematen ez zaielako. Ondorioz, nahiz eta Nafarroako Curriculumaren edukien barne egon, Lehen Hezkuntzako ikasleek honen inguruan duten jakintza maila nahiko baxua izan ohi dela esan daiteke.

Horren arrazoi nagusietako bat Matematika arloari dagokien gainerako multzoei lehentasuna ematen zaiela da: problemak, zenbaki motak, eragiketak, neurriak...

Eduki horiek oinarrizkoak dira eta lantzea beharrezkoak dira; proiektu honetan, ordea, hori modu isolatuan egin ordez, edukiak ikasleentzat erreala izan daitekeen testuinguru baten barne lantzen dira.

Hau da, ikasleek burutu beharreko jarduerak ez dira zuzenean eragiketa, problemak, zenbakiak sailkatzea etab. Ikasleek bete beharreko helburu nagusia beste bat izango da: estatistika proiektua aurrera eramatea, honek dakarren datu bilketarekin, grafikoen sorkuntza eta interpretazioarekin eta abar. Helburu hori lortzeko bidean, ordea, ikasleek inplizituki eragiketak (batuketa, zatiketa...) egin beharko dituzte, enuntziatua (testuingurua) aztertu edo norberaren gaitasunetan konfiantza izan (taldeka lan egiterako orduan bakoitzak bere gaitasunak eskaintzea).

Hori dela eta, proiektu honetatik espero dena estatistikaren oinarrizko nozioak ezagutzeaz eta ulertzeaz gain, modu inkontziente batean klasean jada landutako edukiak integratzeko eta erabilgarritasuna emateko gai izatea da, egoera errealago batean kokatuz.

Printzipioz, bataz bestekoa ateratzea proiektuaren atalik zailena izan daiteke, kontzepturik abstraktuena baita. Aitzitik, aurrerago azalduko den bezala, material manipulagarriekin egingo da, eta modu horretan “banaketa justu” baten kontzeptua ulertuko dutela aurreikus daiteke.

Grafikoak sortzerako orduan, zuzenean barra diagrama egitea zailegia egin ahal zaiela pentsa daiteke, horregatik bitan zatituko da, barra diagrama eraikitze bide progresiboa aurkeztuz, Singapurreko metodoak aurkezten duen bezala. Hasteko, marko teorikoan azaltzen den bezala, piktograma eskalarik gabe (LH1ri dagokiona) eraikiko dute, eta gero hori konplexuago egingo dute, barra diagrama osoa eskalarekin eta indibiduen piktogramarik gabe eraikiz.

Bestetik, hipotesiak egiteko, datuak biltzeko egin beharreko galderak formulatzeko edo datuak biltzeko eta hauek ordenatzeko orduan arazorik izango ez dutela pentsa daiteke, irakasleak behar den moduan bideratzen badu ariketa (hipotesiak zer diren azaldu beharko du, adibidez).

## 2.4. Oinarrizko gaitasunak

Gaur egun indarrean dagoen LOMCE hezkuntza legeak dioenez eta Nafarroako Curriculumeko 8. artikulua horrela ere adierazten duenez, Lehen Hezkuntzan landu beharreko oinarrizko gaitasunak hurrengoak dira:

1. Hizkuntza komunikazioa
2. Matematika gaitasuna eta zientzia eta teknologiako oinarrizko gaitasunak
  - a) Matematika gaitasuna
  - b) Zientzia eta teknologiako oinarrizko gaitasunak
3. Gaitasun digitala
4. Ikasten ikastea
5. Gaitasun sozial eta zibikoak
6. Ekimena eta ekintzailea
7. Kultura kontzientzia eta adierazpenak

Horietatik, proiektu honen bitartez hurrengoak landuko dira:

- *Hizkuntza komunikazioa.* Legeak azaltzen duen moduan, hizkuntza komunikazioko gaitasuna gainerako gaitasunak eskuratzeko funtsezkoa da. Proiektu honetan taldeka lan egin behar dutenez, ezinbestekoa izango da hizkuntza komunikazioa lantzea, taldekideen artean komunikazio egokia izateko eta emaitza arrakastatsua lortzeko.

Horrez gain, ikasleek jarduera bakoitzaren enuntziatua egoki irakurtzeko eta ulertzeko gaitasuna izan beharko dute ariketa aurrera eramanez ahal izateko. Izan ere, askotan ikasleek edukiak ezagutzen dituzte eta ariketek eskatzen dutena egiteko gai dira, baina ulertzen ez dena eskatzen zaiena izaten da, problema edo ariketaren ebazpena oztopatuz.

- *Matematika gaitasuna.* Proposamen hau matematikaren arloaren barne dagoenez, argi dago landuko den gaitasunik esanguratsuena matematika gaitasuna dela. Gainera, txostenak hurrengo dio matematikari buruz:

*Etapen zehar gaitasun hauen garapena indartuko da: hizkuntza komunikazioa, matematika gaitasuna, eta zientzia eta teknologiako oinarriko gaitasunak* (Foru Dekretua 60/2014, 2014, 4).

- *Ekimena eta ekintzailea*

Era berean, dokumentuak honakoa aipatzen du:

*Gaitasunak eraginkortasunez eskuratzeko eta curriculumean benetan txertatzeko, ikasleei gaitasun bat baino gehiago aldi berean lantzeko aukera emanen dieten ikaskuntza jarduera integratuak diseinatuko dira, ikasia errealitateari aplikatu diezaizoten* (Foru Dekretua 60/2014, 2014, 4).

Proiektu honetako jarduerak ikaskuntza desberdinak integratzen dituzte, ikasitakoa errealitatearekin lotuz, beraz, gaitasunen barne dagoen aipamen hori betetzen dela esan daiteke.

## **2.5. Edukiak**

Nafarroako Foru Komunitateko Lehen Hezkuntzako Curriculumeko 3.mailako Matematikako arloa kontuan hartuz, proiektu honen bitartez landuko diren edukiak ondoren azaltzen dira, multzoka ordenatuta.

Lehenengo multzoari dagokionez, hurrengo edukiak landuko dira:

Estatistika proiektu baten proposamena Lehen Hezkuntzako 3. Mailako ikasleentzat



- *Enuntziatua aztertu eta ulertzea*
- *Praktikan jarritako estrategiak eta prozedurak: marrazki bat, taula bat...*
- *Norberaren gaitasunetan konfiantza izatea eta jarrera egokiak garatzeko eta lan zientifikoaren berezko zailtasunei aurre egiteko*

EDUKIAK
<p><b>1. MULTZOA. PROZESUAK, METODOAK ETA JARRERAK MATEMATIKAN.</b></p> <p><i>Problema ebazteko prozesuaren plangintza:</i> Enuntziatua aztertu eta ulertzea.</p> <p><i>Praktikan jarritako estrategiak eta prozedurak:</i> marrazki bat, taula bat, egoeraren eskema bat, entsegu-errore arrazoitua, eragiketa matematiko egokiak egitea, etab.</p> <p><i>Lortutako emaitzak.</i></p> <p><i>Ikerketa txikiak planteatzea testuinguru zenbakizko, geometriko eta funtzionaletan.</i></p> <p><i>Zientziaren lan metodora hurbiltzea haren ezaugarrietako batzuk aztertuz eta egoera errazetan praktikan jarritz.</i></p> <p><i>Norberaren gaitasunetan konfiantza izatea jarrera egokiak garatzeko eta lan zientifikoaren berezko zailtasunei aurre egiteko.</i></p> <p><i>Ikaskuntza prozesuan baliabide teknologikoak erabiltzea, informazioa lortzeko, zenbakizko kalkuluak egiteko, problema ebazteko eta emaitzak aurkezteko.</i></p> <p><i>Informazioaren eta komunikazioaren teknologia ikaskuntza prozesuan txertatzea.</i></p>

## 12. Irudia. LH3 mailan Matematika arloko 1.multzoko edukiak

Bigarren multzoari dagokionez, berriz:

- *Zenbaki arruntak eta zatikiak*

Era berean, ebaluazio estandarren zutabeaz azaltzen diren hurrengo edukiak landuko dira:

- *Zatiki errazen gaiak identifikatzen ditu eta zer adierazten duten ezagutzen du.*
- *Zatiki errazak grafikoki irudikatzen ditu.*
- *Zenbaki arrunten arteko zatiketa*
- *Zatiketako gaiak eta haien arteko erlazioak identifikatzen ditu.*
- *Batuketako kopuru jakin bat denbora zehatz batean egiten du.*
- *Kenketa kopuru jakin bat denbora zehatz batean egiten du.*
- *Biderketa kopuru jakin bat denbora zehatz batean egiten du.*

**2. MULTZOA. ZENBAKIAK, ALJEBRA.***Zenbaki arruntak, dezimalak eta zatikiak:*

Zenbakikuntza erromatarra.

Zenbakizko ordena. Zenbakien konparazioa.

Sei zifra arteko zenbakien izena eta grafia.

Zenbaki-sistema hamartarreko elementuen arteko baliokidetasunak.

Zenbaki-sistema hamartarra: zifren balio posizionala.

Lehen zenbaki hamartarrak.

Zenbaki hamartarrak: posizioaren balioa.

Zatikiaren kontzeptu intuitiboa, zatien eta osotasunaren arteko erlazio gisa.

Zatikiaren eta zenbaki hamartarraren arteko erlazioa eguneroko egoeretan.

Emitzen zenbatespena.

Emitzak estrategia aritmetikoen bitartez egiaztatzea.

Zenbaki arruntak hamarreko, ehuneko eta milakoetara biribiltzea.

Hainbat motatako zenbaki multzoak ordenatzea.

*Eragiketak:*

Zenbaki arrunten arteko zatiketa.

Eragiketak zenbaki hamartarrekin: batuketa, kenketa eta biderketa.

Berretura, faktore berdinen biderkadura gisa.

Karratuak eta kuboak.

*Kalkulua:*

Algoritmoen automatizazioa zenbaki hamartarren biderketarako.

Kalkuluak buruz egiteko estrategiak landu eta erabiltzea.

**13. Irudia.** LH3 mailan Matematika arloko 2.multzoko edukiak

Bukatzeko, bosgarren multzoak proiektu honen oinarritzko edukiak biltzen dituela esan daiteke, Estatistika eta probabilitatea izenburuak adierazten duen moduan. Multzo honetatik, agertzen diren bi eduki bakarrak landuko dira:

- *Datuak bildu eta tauletan eta grafikoetan adieraztea*
- *Grafikoak eta koadroak irakurtzea*

**5. MULTZOA. ESTATISTIKA ETA PROBABILITATEA.***Datuak bildu eta tauletan eta grafikoetan adieraztea.**Grafikoak eta koadroak irakurtzea.***14. Irudia.** LH3 mailan Matematika arloko 5.multzoko edukiak**2.6. Baliabideak**

Proposamena aurrera eramateko beharko diren baliabideak hiru multzotan sailkatu dira: giza baliabideak, baliabide materialak eta denbora-espazio baliabideak.

#### 2.6.1. Giza baliabideak

Esan bezala, proiektua prestatzeko oinarri bezala hartutako klasea 25 ikaslekoa da; beraz, giza baliabideak 25 ikasle eta irakasle 1 izango lirateke.

#### 2.6.2. Baliabide materialak

Proiektu hau aurrera eramateko beharko diren materialak irakasleak banatuko ditu horiek erabiltzea beharrezkoa denean:

- Orri txuriak (datuak biltzeko)
- Laukidun orriak (grafikoak egiteko eta horietan proportzioak mantentzeko)
- Ikasleei banatuko zaizkien fitxak (*Ikus "Eranskinak I" atala*)
- Txartel manipulagarriak
- Rol kooperatiboen txartelak

#### 2.6.3. Denbora eta espazio baliabideak

Alde batetik, estatistika proiektu hau burutzeko *50 minutuko 9 saio* beharko ditugu. Lehen Hezkuntzako ikastetxeetako saioak normalean 50 minutukoak izaten dira, baina askotan bi saio bateratzen dituzte ordu bat eta 40 minutuko saio luzeagoak sortuz, hortaz, hori ere kontuan hartu da, haurrak ohituta dauden ordutegia gehiegi ez aldatzearren. Beraz, 9 saio horietako batzuk jarraian egingo dira, ordu bat eta 40 minutuko saio luzeak sortuz. Kronograma modu argiagoan ikusteko taula bat sortu da (4. taula). Kontutan hartu behar da bi azpi-proiektu eramaten direla aurrera eta bakoitzean estatistika proiektuaren 5 faseak egiten direla. Taulan agertzen den informazioa ulertzeko, zenbaki bakoitzaren esanahia ezagutu behar da:

- *1: Aldez aurreko hipotesiak*
- *2: Esperimentua aurrera eramatea*
- *3: Datuen bilketa*
- *4: Datuen bistaratzea*
- *5: Aieruak, horien balioztatzea eta hipotesien kontrastatzea*

- 6: Lehenengo azpi-proiektua
- 7: Bigarren azpi-proiektua

#### 4. Taula. Proiektu estatistikoaren kronograma

	<i>Astlehena</i>	<i>Asteartea</i>	<i>Asteazkena</i>	<i>Osteguna</i>	<i>Ostirala</i>
<b>1. Astea</b>	1.AP: 1 <i>1h 40min</i>			1.AP: 2, 3 <i>50min</i>	
<b>2. Astea</b>	1.AP: 4, 5 <i>1h 40 min</i>	1.AP: <i>Bataz</i> <i>bestekoa</i> <i>50min</i>	2.AP: 1 <i>50min</i>	2.AP: 2, 3 <i>50 min</i>	2.AP: 4,5 <i>1h 40min</i>

Ikus daitekeen bezala, bi azpi-proiektuak bi asteetan zehar burutuko dira. Lehenengo asteko lehenengo saioan gaia aurkeztuko da eta hipotesien atala beteko da. Etxean datuak bildu behar dituztenez eta oso probablea denez datu guztiak eskolara eramateko egun bat baino gehiago hartzea, osteguna arte ez da jarraituko proiektuarekin.

Astlehena eta ostiraleko saioak ordu bat eta 40 minutukoak izango dira, gainerakoak, ordea, soilik 50 minutu iraungo dute. Saio luzeak astunegiak ez egitearren, horietan egingo den lana printzipioz ikasleentzat entretenigarriagoa dena izango da: grafikoen sorkuntza eta hipotesien alderaketa (lehenengo saioa gai osoaren sarrera izango denez, proiektuarekiko hasierako motibazioa izango dutela pentsa daiteke).

Espazio baliabideei dagokionez, proiektua gela arrunt batean egingo da, ez baita beharrezkoa bakoitzak ordenagailu edo bestelako baliabide teknologikorik edukitzea. Gainera, gaur egun gela arruntetan proiektorea eta arbela digitala dagoenez, irakasleak zerbait argitu beharko balu edo aurreikusi gabeko informazioaren bat interneten bilatu beharko balu, arazorik gabe egin ahalko luke.

#### 2.7. Metodologia eta ikasleen antolaketa

Proiektua martxan jarri baino lehen, garrantzitsua da ikasleen aurrezagutzak zeintzuk diren jakitea. Horretarako, jardueren diseinua egin baino lehen, klaseko ikasleen ezaugarriak zeintzuk diren argi izan behar da.

“2.1.Taldearen ezaugarriak eta testuingurua” atalean azaldu den bezala, klasean 25 ikasle daude. Hasiera batean, lehenengo azpi-proiektuan, horiek antolatzeko 3ko ikasleen taldeak sortuko dira (3 ikasleko 7 talde eta 4 ikasleko talde bat).

Hurrengo puntuan azalduko den moduan, lehenengo azpi-proiektuan ikasleek datu bilketaren batzuek atera beharko dute. Jarduera hori 3 ikasle (eta kasu batean 4 ikasle) osaturiko taldeen datuekin egingo dute soilik; izan ere, ikasle guztiekin egingo balute, zatiketa 25 ikasleren artean egin beharko zen, eta curriculumean ikusi bezala, bi zifrako zenbakiekin zatitzea ezinezkoa izango litzateke.

Horrez gain, taldeak ez dira ausaz sortuko. Esan bezala, ikasle batzuek ez dute zatiketa sinpleak egiteko zailtasunik, baina beste batzuek biderketa taulak ere ez dituzte oraindik menperatzen. Hortaz, talde bakoitzean matematikari buruzko ezagutza handiagoak dituen ikasle bat dagoela bermatu beharko da.

#### *2.7.1. Metodologia kooperatiboa*

Hezkuntza parte hartzailea eta beraien arteko kooperazioa sustatu nahi da, horretarako, behin taldean jartzen direnean, garrantzitsua da ikasle batzuek beste batzuk baino gehiago edo gutxiago parte hartzea ekiditea. Hau lortzeko, rol kooperatiboen fitxak banatuko zaie, eta taldekide bakoitzak zeregin bat izango du (talde gehienak 3 ikasle osatuko dutenez, *idazkaria* (15. Irudia), *bozeramailea* (16. Irudia) eta *denbora eta materialaren arduraduna* (17.Irudia) rolak esleituko dira, *koordinatzaile* (18.irudia) rola bakarrik 4ko taldean egonik):



### 15. Irudia. Idazkariaren zereginak



### 16. Irudia. Bozeramailearen zereginak



### 17. Irudia. Materialaren eta denboraren arduradunaren zereginak



## 18. Irudia. Koordinatzailearen zereginak

### 2.7.2. Puzzle metodologia

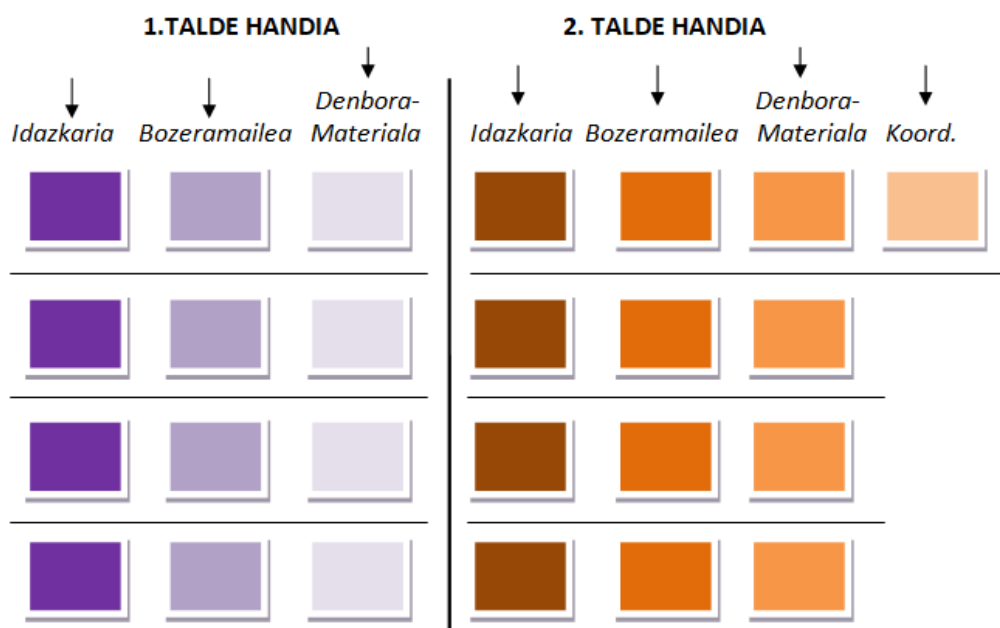
Bigarren azpi-proiektua egiteko, berriz, ez dute bataz bestekoa aterako eta zatiketarik egitea ez da beharrezkoa izango. Lehenengo azpi-proiektuan bi zifrako zenbakiak hartzea ekiditu da, horiekin zatiketa egitea zailegia izan daitekeelako; oraingoan, ordea, ez denez zatiketarik egingo berdin da hartzen den datu kopurua 10 baino gehiago izatea (bi zifrako zenbakia izatea). Gainera, proiektua datu gehiagorekin egitea ongi etor daiteke, lehenengo eta bigarren azpi-proiektuaren egitura guztiz berdina ez izateko. Hala ere, gela handia da, eta 25 ikasle asko izan daiteke horrelako proiektu bat ongi antolatzeko eta nahi diren emaitzak lortzeko.

Hori guztia kontuan izanda, gela bitan zatituko da, 12ko talde bat eta 13ko beste bat sortuz. Hau behin eginda, *puzzle metodologia* jarraituko da: bi talde handi horietako bakoitzean talde txikiak egingo dira, bakoitzak bere aldetik 12 ikasleen datuak aztertzeko eta jarraian guztia amankomunean jartzeko.

12ko taldean 3 ikasleko 4 talde egingo dira, eta 13ko taldean 3 ikasleko 3 talde eta 4 ikasleko talde bakarra. Esan bezala, rol kooperatiboen txartelak erabiliko dira, beraz, talde txikietan bakoitzaren informazioa jaso eta gero (senideen adina eta etapa) ordezkaria dena beste taldeko ordezkariekin elkartuko da eta bakoitzak bere taldeko ikasleen datuak partekatuko ditu. Horrela, ordezkari (idazkaria) bakoitzak talde handiko 12 edo 13 ikasleen datuak bilduko ditu eta bere taldera (3 edo 4 ikasleen talde

txikira) itzuliko da. Bukatzeko, hartutako datuak landuko dituzte eta beste talde txikiekin emaitzak alderatuko dituzte.

Hobeto ulertzeko, behean (19. Irudia) klasearen antolakuntzaren eskema bat ikus daiteke. Talde handien barruan, ilara bakoitza talde bat izango da; talde txiki horien barruan, kolore berdina dutenak rol berdina izango dute, eta aurrez aipatu den bezala, talde bakoitzeko idazkariak elkartuko dira emaitzak alderatzeko,



**19. Irudia.** Klasearen antolaketa puzzle metodologian oinarrituta

Proiektua aurrera eramateko erabiliko den metodologia konstruktibismoan oinarrituko da; hau da, ikasleek ezagutzak beraien esplorazioaren bidez lortuko dituzte eta beraz, haien ekintza horren oinarria izango da. Irakasleak, berriz, ez du ezagutzarik zuzenean transmitituko, bere lana ariketak egoki diseinatzea eta lortu nahi den bidea hartzeko laguntza eskaintzea izango da.

Laburbilduz, metodologia honen bitartez lortu nahi dena ikasleen papera aktiboa eta parte-hartzailea izatea da, irakaslearen papera jarduerak bideratzea izanik, oinarritzko kontzeptuak azalduz eta talde bakoitzari behar dituen laguntza eskainiz, baina teoria



gehiegi helarazi gabe. Modu honetan, ikasleen iniziatiba, sormena eta autonomia garatuko da.

## 2.8. Proiektua

Proiektua egiteko, testuinguru berdinarekin barruan, bi azpi-proiektu egingo dira. Lehenengoan ikasleek informazio kuantitatibo diskretua bildu eta aztertuko dute eta bigarrean, aldagaia kualitatiboa izango da. Aldagai kuantitatiboaren analisia 3ko (eta kasu batean 4ko) taldeetan egingo dute, taldeko kideen datuak kontuan hartuz; aldagai kualitatiboan, berriz, ikasleak bi taldeetan banatuko dira eta, alde batetik, 12 ikasleen datuak batera hartuko dira eta, bestetik, 13 ikasleenak. Hala ere, hau aurrerago sakonki azalduko da.

Proiektuarekin hasteko eta galdetegia egin ahal izateko, garrantzitsua da ikasleek egin behar duten hori testuinguru erreala batean ikustea, logika handiagoa emateko eta inplizituki antzeko proiektu honen antzekoa den zerbaitekin egin daitezkeen bestelako egoerak irudikatzeko. Horrez gain, testuingurua sortzerakoan, haiengan motibazioa sortzea bilatu da, beraz, eskolan “Jolasen Festa” izeneko jardunaldi bat antolatzearen egoera sortu da.

Testuingurua hurrengoak izango da:

*Demagun egun hauetan “Jolasen Festa” izeneko jardunaldi bat antolatu behar duzuela zuek eta zuen anai-arreba eta lehengusu-lehengusinek jolasteko (hemendik aurrera “senide” hitza erabailiko da anai-arreba eta lehengusu-lehengusinei erreferentzia egiteko). Beraz, jolasak pentsatzeaz gain, parte hartzaileen informazioa ezagutu behar dugu. Alde batetik, jardunaldian parte hartuko duten senide kopurua ezagutu behar duzue, eta, bestetik, senide hauen adina eta ikasmaila.*

*Zuen ustez jolas berdina proposatu dakieke HHn eta LHn dagoen pertsona bat? Era beran, DBHko bati HHko ume bateri planteatzen ahal zaion jolas bat planteatu dakioke? Edo aspertuko da?*

*Antolaketa errezagoa izateko, 3 taldeetan banatuko zarete. 3kote bakoitzak festa prestatzeko beharrezkoa den informazioa bilduko du.*

Egoera ikasleei aurkeztu ostean, ikasgela osoarekin eztabaida bat hasiko du irakasleak. “2.4. Oinarrizko gaitasunak” atalean aipatzen den *hizkuntza komunikazioa* gaitasuna modu egokian lantzen dela bermatzeko, testuingurua ongi ulertu dutela egiaztatu behar da. Hori egiteko bide bat jardunaldia prestatzeko jaso beharreko informazioa zein den zuzenean ikasleek adieraztea izan daiteke, betiere irakaslearen laguntza probestuz, bera baita ikaskuntzaren arduraduna. Hortaz, eztabaida bideratzeko helburuarekin irakasleak hurrengo galdera modukoak egingo ditu:

- *Jolasen Festa prestatzeko zein informazio behar dugula esan dugu?*
- *Zuen senide kopurua eta senideen adina eta ikasmaita interesatzen bazaizkigu, zein galdera egin beharko zeniokeite elkarri?*

Honekin hasteko, datu hori lortzeko galdera posibleak proposatu beharko dituzte. Ez badute egoki egiten irakasleak bideratuko ditu hurrengo galderak lortu arte:

- Zenbat anai-arreba eta lehengusu-lehengusina dituzu?
- Zenbat urte ditu zure anai-arreba edota lehengusu-lehengusina bakoitzak?
- Bakoitza hezkuntza ereduko zein etapan dago: Haur Hezkuntza, Lehen Hezkuntza edo DBHn?

Ikasleen adina bildu arren, zein eskola etapan dauden interesatuko zaie ikasleei bigarren azpi-proiektua, aldagai kualitatiboaren ingurukoa, egin ahal izateko. Izan ere, egoeraren aurkezpenean esan den bezala, jolas batzuk guztientzako izango diren arren, beste batzuk adinaren arabera izango dira. Hori dela eta, zenbaitetan berdina izango du haien adina, baina jolas zehatzetan ikas-etaparen arabera sailkatuko dira parte hartzaileak.

Alde batetik Haur Hezkuntzakoak egongo dira, bestetik Lehen Hezkuntzakoak, eta bukatzeko DBHkoak. Gure ikasleak Lehen Hezkuntzako 3.mailakoak direnez, senide gehienak hiru etapa horietan egotea espero da. Hala ere, hiru aukera horietatik kanpo dauden senideak egotea posible da (batxilergoan, lanean, eskola hasi gabe...); kasu horietan, erabakiak momentuan hartuko dira, egoera horretan dauden senide kopuruaren arabera. Esate baterako, eskola hasi gabeko haurrak, printzipioz jolasetatik kanpo geratuko dira, txikiegiak baitira horietan parte hartzeko; batxilergoko

1. mailan dagoen senide bakarra baldin badago DBHko taldean sartuko da; 30 edo 40 urte inguruko senideak egonez gero ere jolasetatik kanpo geratuko dira... Hau da, egoeraren arabera erabaki bat edo beste hartuko da, betiere testuingurua kontuan hartuz.

LH3ko ikasleek bere senide guztien adinak eta hezkuntza maila buruz jakitea ia ezinezkoa dela aurreikusten denez, irakasleak eskatuko die aurretik aipatu diren hiru galdera horiek koadernoan idazteko. Horrela, etxeko lan moduan, ikasle bakoitzak, bere gurasoen laguntzaz, hiru galdera horiek erantzun beharko ditu.

### *2.8.1. Azpi-proiektuen ezaugarriak*

Jolasen Festa antolatzeko, ondorioz, bi motatako informazio jaso behar dute. Alde batetik, ikasle bakoitzak daukan senide kopurua eta bestetik, senidearen ikaskuntza etapa (adinaren inguruko galdera honi lotuta dago eta, azken finean, etapa da ezagutu nahi dena.

Beraz, egoerak bi atal dauzka (atal kuantitatiboa eta atal kualitatiboa) eta bi azpi-proiektutan banatuta dago. Hau ez zaie modu zuzenean ikasleei azalduko, aldagai kuantitatibo edo aldagai kualitatibo bezalako kontzeptuak konplexuegiak izan ahal direlako beraientzat. Honen inguruan ikasten dutena modu inplizituan izango da, hau da, bi atal daudenez, horien arteko desberdintasunak ikusi ahal dituzte (baten erantzunak zenbakiak dira, bestearenak hitzak...).

Marko teorikoan estatistikari buruz azaldutako edukiak kontuan izanda, Jolasen Festa testuingurua duen proiektu honetan, estatistikaren elementuak horrela izango lirateke:

- Lehenengo azpi-proiektuaren aldagaia: Ikasle bakoitzaren senide kopurua → *Aldagai kuantitatibo diskretua*
- Bigarren azpi-proiektuaren aldagaia: Senide bakoitzaren ikasmaila → *Aldagai kualitatiboa*

Populazioa eta lagina, berriz, hurrengoa izango lirateke (aipatzekoa da proiektu bakoitzean lagina eta populazioa berdinak izango direla, hau da, proiektu bakoitean populazio osoarekin lan egiten da, ez da laginketarik egiten):

- Lehenengo azpi-proiektuan populazioa hau da: Ariketa planteatzen den ikasgelako ikasle guztiak.
- Bigarren azpi-proiektuan: Ariketa planteatzen den ikasgelako ikasleen anai-arreba eta lehengusu-lehengusina guztiak.

### *2.8.2. Estatistika proiektuaren faseak*

Marko teorikoan azaldu den bezala, proiektu estatistikoak burutzeko zenbait pauso jarraitu behar dira; beraz, proposamen honen azpi-proiektu bakoitza diseinatzeko ere horiek jarraitu dira:

- *Aldez aurreko hipotesiak.* Ikasleek ahoz zein idatziz haien hipotesiak egin, apuntatu eta gorde beharko dituzte (proiektuaren amaieran ateratzen diren emaitzekin kontrastatu beharko baitituzte).
- *Esperimentua aurrera eramatea.* Proiektu honetan taldeka lan egingo dute: 3 edo 4ko taldetan lehenengo azpi-proiektuan eta 12 edo 13 ikasleko taldean bigarren azpi-proiektuan. Marko teorikoan azaldu den moduan, konstruktibismoaren arabera haurrak esperientzia eta akzioaren bitartez ikasten du, eta horretarako, beraz, ezinbestekoa da esperimentazioa aurrera eramatea.
- *Datuen bilketa.* Behar duten informazioa eskuratzeko, esan bezala, etxeko lan moduan galderak eramango dituzte, eta hurrengo saiorako paper batean apuntatu beharko dituzte.
- *Datuen bistaratzea.* Jasotako datuak taldekideekin partekatu beharko dituzte eta modu ordenatu batean bateratu: taula eraiki eta grafikoa (barra diagrama) sortu.
- *Aieruak eta horien balioztatzea.* Hasieran aipatu bezala hasierako hipotesiak eta usteak lortutako emaitzekin kontrastatu beharko dituzte.

### *2.8.3. Proiektua unitate didaktiko baten barne*

Lehen Hezkuntzan unitate didaktikoak diseinatzeko direnean, ikasgai desberdinetan lantzeko prestatu ohi dira. Proposamen honetako testuinguruan azaldu den bezala,

ikasleek Jolasen Festa egingo dela esango zaie. Hori matematika proiektu hau burutzeko testuingurua izateaz gain, errealitatera eramatea ere posible da. Gorputz Heziketan, adibidez, parte hartzaileen inguruko informazioa jaso ondoren (proiektu honen bitartez lortuko dena), zein jolas aukeratu edo sortuko dituzten pentsatu ahal dute, horrela jakintza-alor bat baino gehiago bilduz (Matematika eta Gorputz Heziketa, kasu honetan).

Gainera, aukera asko daude gai berdina jakintza-alor desberdinetan aplikatzeko, esate baterako, jolasak pentsatu ondoren, bakoitzean zein giharrekin lan egingo den ikasi ahal dute, eta horren harira Natur Zientzietan gorputzeko hezurak eta giharrek landu, ikasgai horretako “Giza Anatomia” unitate didaktikoaren barne. Hori guztia bukatzerakoan, bakoitzak Jolasen Festa eguneko sentrazioak, iritziak edo nabarmentzeko gertaerak idatzi batean kontatu ahal dituzte, Euskal Hizkuntzarako erabili ahal dena, idatziak egiteko estrukturak eta baliabideak landuz eta guztien artean egindako akats ortografikoak zuzenduz.

## 2.9. Azpi-proiektuak

Marko teorikoan aurkeztu diren proiektu estatistikoaren faseak jarraitu dira bi azpi-proiektuak diseinatzeko:

### 2.9.1. Lehenengo azpi-proiektua: aldagai kuantitatibo diskretua

Azpi-proiektu honetan ikasle bakoitzaren senide (nai-arreba eta lehengusu-lehengusina kopurua) ezagutuko da. Horretarako, 25 ikasleak 3ko taldeetan (4ko talde bakarra) arituko dira eta 3 pertsona horien informazioarekin lan egingo dute, talde bakoitzak bere esperimentazioa burutuz. Nafarroako Curriculumaren arabera Lehen Hezkuntzako maila honetan landu beharreko *herena* eta *laurdena* kontzeptuekin erlazionatu ahal izateko 3ko taldeak egin dira, ondoren egin beharko dituzten eragiketen barne zati hiru (zati lau, 4ko taldearen kasuan) egitea beharrezkoa izango baita, eta horren harira beraz *herena* eta *laurdena* zer den ikusiko da. Jarraian galdeketa kuantitatiboa pausoz pauso nola burutu azalduko da (Ikusi “Eranskinak I”, ikasleei emango zaien materiala).

#### 2.9.1.1. Estatistikaren proiektuaren faseen jarraipena

▪ *Aldez aurreko hipotesiak*

Honekin hasteko, ikasleek datu hori lortzeko galdera posibleak proposatu beharko dituzte. Irakasleak horretan lagunduko du, baina bere eginkizuna haurrak bideratzea izango da. Horretarako, honen antzeko galderak egin dezake: *“Zein galdera egingo zenukete datu hau ezagutzeko?”*, edo *“Zein da elkarri egingo zenioketen galdera?”*

Ikasleek badute egoki egiten irakasleak bideratuko ditu hurrengo galdera lortu arte: *“Zenbat anai-arreba eta lehengusu-lehengusina dituzu?”*

Hau egin eta gero, ikasleek galdeketaren emaitzei buruzko hipotesiak egin beharko dituzte. Hau egiteko, ezinbestekoa da gainontzeko ikasleen informazioa (anai-arreba eta lehengusu-lehengusina kopurua) aldez aurretik ez ezagutzea, bestela hipotesiak egitea ez lukeelako zentzurik izango. Beraz, ikasleek ezin dute horren inguruko informazioa esan, eta momentuz sekretua dela azalduko die irakasleak. Hipotesiak egiteko bidea errazteko, irakasleak honako galderak proposatuko ditu:

- Zuen ustez zenbat pertsonentzako jokoak prestatu beharko ditugu?
- Zuen ustez taldeko hiru ikasleetatik, zeinek izango ditu senide gehien? Zeinek gutxien?
- Senide gehien dituen ikasleak, zenbat senide izango dituela uste duzue?
- Senide gutxien dituen ikasleak, ordea, zenbat senide izango dituela uste duzue?
- Zuetako norbaitek 30 senide izango dituela uste duzue?

Hauen erantzunak orri txuri batean apuntatuko dituzte, amaieran hipotesi hauek emaitza errealekin kontrastatu ahal izateko. Hau egiteko, nahiz eta taldetan banatuta egon, ikasle bakoitzak bere erantzunak jarri ditzake, izan ere, 3en erantzunak ez dute zertan berdinak izan.

▪ *Esperimentua aurrera eraman*

Behin testuingurua azalduta eta galderak zein hipotesiak proposatu dituztela, proiektua nola burutuko den zehaztuko da. Horretarako, aurreko pausoan zein galdera

egingo den zehaztu dutenez (“Zenbat lehengusu-lehengusina eta anai-arreba dituzu?”), galdera nori egin behar dieten pentsatu beharko dute.

Fase hau, beraz, ikasleek egingo duten galdeketan oinarrituko da. Aurretik aipatu den bezala, ikasleek beraien senideen inguruko informazioa etxean bilduko dute gurasoen lagutzaz eta orri batean idatzita bakoitzak bere informazioa eskolara eramango du. Eskolan, 3ko taldeetan jarrita, ikasle bakoitzak gainerako ikaskideei bildutako datuei buruz galdetuko die.

▪ *Datuen bilketa*

Atal honetan datuak bilduko dira. Ikasleek etxean apuntatuko dituzte haien datuak eta, ondoren, eskolan, taldekideen artean galdera elkarri egin ondoren, *idazkari* rola duen ikasleak hiru ikasleen datuak orri batean bilduko ditu.

▪ *Datuen bistaratzea*

Datuak bildu ondoren, horiek ordenatuko dituzte eta modu txukun batean irakasleak emango dien taula batean (20. Irudia). Irakasleak taula hau emango die lana errazteko asmoz, proiektura egokitutako taula.

3. Zuetako bakoitzak zuen datuak apuntatu beharko dituzue etxean galdetu eta gero. Hori egin ostean, zuen taldeko kideekin erantzunak partekatuko dituzue eta horiek hemen bateratuko dituzue. Horretarako, hurrengo taula beteko duzue, pertsona bakoitzaren erantzunak modu ordenatuan apuntatuz.			
3.1. Atal kuantitatiboa: Senide kopurua			
Senide kopurua	Zuetariko norbaitek senide kopuru hori dauka? (BAI/EZ erantzun)	Nortzuk daukazue senide kopuru hori? (Izena edo inork)	Zenbakiekin idatzi (zenbatek duzuen senide kopuru hori)
2			→
3			→
4			
5			
6			

## 20. Irudia. Lehenengo azpi-proiektuaren 3. pausoa egiteko argibideak

Suposatzen da taula horrekin informazioa argiago eta ordenatuagoa ikusiko dela eta hasierako interpretazioaren bat egitea posible izango dela; hala ere, gerta daiteke informazio hori guztiz irakurterraza ez izatea. Horregatik, grafikoa sortzeari ekingo diote. “1.5.2.Estatistikako elementuak” atalean aipatu den bezala, grafiko ohikoenak *barra-diagrama* eta *sektore-diagrama* dira, baina kasu honetan ehunekoak erabiltzen ikasi ez dutenez, sektore-diagrama egitearen aukera deuseztatuko da; hortaz, barra-diagrama eraiki beharko dute. Jarraian, pausoak hobeto ulertzeko adibide bat aurkeztuko da:

Demagun 1. taldeko ikasleek jada haien datuak jaso dituztela eta grafikoa egiteko ordua dela. Horretarako, hasteko, *maiztasun absolutuak* taula batean apuntatuko dira, hau da, balio bakoitza zenbat aldiz agertu den, marko teorikoan aipatzen den bezala. Kasu honetan, 5. *taulan* ikusten den bezala, maiztasun absolutua ateratzeko hau kontutan hartu beharko da: zenbat ikaslek duten senide bakarra, zenbatek bi senide, zenbatek hiru... taula bete arte. Kasu honetan, lehenengo zutabea aldagaiaren balioa izango litzateke, eta azkeneko zutabea, berriz, maiztasun absolutua. Demagun 1. talde horretako ikasleek taula bete eta gero horrela geratzen dela (5. taula):






### 5. Taula. 1. taldeko datuen maiztasun absolutuak

<i>Senide kopurua</i>	<i>Zuetariko norbaitek senide kopuru hori dauka? (BAI/EZ erantzun)</i>	<i>Nortzuk daukazue senide kopuru hori? (Izena edo inork)</i>	<i>Zenbakiekin idatzi (zenbatek duzuen senide kopuru hori)</i>
2	BAI	IONE →	1
3	EZ	INORK EZ →	0
4	BAI	MAREN	1
5	BAI	UNAI	1
6	EZ	INORK EZ	0



Hori behin eginda, ikasleek barra-diagrama sortuko dute, baina hau ez dute zuzenean egingo; prozesua erraztearren, bi pauso egingo dira, marko teorikoan azaldutako Singapurreko metodoan oinarrituz. Lehenengo pausoa hurrengo izango litzateke:

- Pertsona bakoitza karratu edo borobil batekin irudikatuko da, ardatz horizontalean senide kopurua adieraziz: 2 senide, 3 senide, 4 senide... Beraz, proiektu honen kasuan, grafikoaren sorkuntzarako lehenengo pausoa horrela geratuko litzateke (21. Irudia):

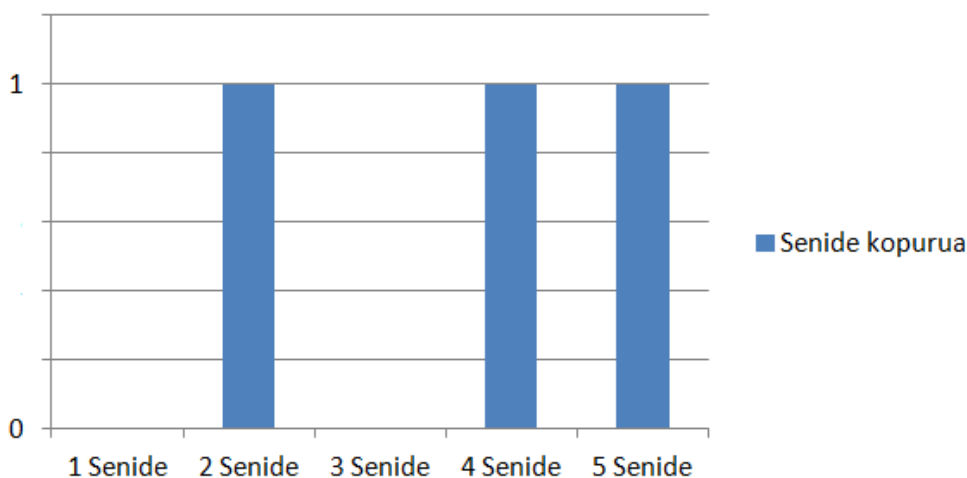
1 Senide	2 Senide	3 Senide	4 Senide	5 Senide
				

**21. Irudia.** Barra diagrama sortzeko lehenengo pausoa (1. taldeko datu hipotetikoekin)

Karratu urdin bakoitzak behean adierazitako senide kopurua duen pertsona bakoitza adierazten du. Hau da, kasu honetan, lehenengo ikasleak 2 senide dauzka, bigarren ikasleak 4 senide eta hirugarren ikasleak, berriz, 5 senide. 3 ikaslek soilik beteko dutenez, litekeena da kasu gehienetan *maiztasun absolutua* 0 edo 1 izatea. Ondoren, diagrama hori berriz egiteko eskatuko zaie, baina kasu honetan, hutsik dagoen laukidun orrian egin beharko dute. Ikasleei ez zaie emango “prestatutako” barra diagrama bat zeinetan beraiek, 20. irudian bezala, laukiak koloreztatzea besterik ez zuten egin behar.

- LH3 mailara egokitutako barra-diagrama egingo dute azkenean. (22. Irudia):

### 1. Taldea



### 22. Irudia. Barra diagrama egiteko bigarren pausoa

Kasu honetan, esan bezala, maiztasun absolutua 0 eta 1 da. Ikasleen lana erraztearren, 22. irudian bezala, laukidun orriak erabiliko dira, eta horietan beraiek jarriko dituzte ordenatu-ardatzeko (bertikalean) zenbakiak, zenbaki osoak izango direnak (0, 1, 2...). Gainera, modu honetan proportzioak mantentzea ere errazagoa izango da.

#### ▪ *Grafikoen interpretazioa, aieruak eta hipotesiak kontrastatzea*

Grafikoa egin eta gero, grafikoa interpretatu beharko dute. Horretarako, haiek uste dutena taldeka hitz egingo dute, eta irakaslea taldez talde pasako da haien usteak egiaztatzeko. Irakasleak orokorrean suertatzen diren zalantzak apuntatuko ditu, ondoren gela osoaren aurrean horiek argitzeko.

Hau egin eta gero, ateratako datuak haien hasierako hipotesiekin kontrastatuko dituzte, betetzen diren edo ez ikusteko. Hipotesietan egin zaizkien galderak berriz egingo zaizkie eta ea berdina erantzun duten ikusiko dute.

21 eta 22. irudiko adibidean oinarrituz, hirukote horrek, 11 pertsonentzako jokoak prestatu beharko ditu, hori baita 3 ikasleen artean dauden senide kopurua. Hipotesietako galderei jarraituz, Unai da senide gehiena duena (5), eta lone, berriz, gutxiena (2); era berean, ez da 30 senide dituen inor. Hauek hasieran proposatutako

galderen erantzunak izango lirateke eta beraz, beraiek apuntatutako hipotesiekin alderatu beharko dituzte.

Bukatzeko, 8 taldeek euren grafikoak elkarren artean trukatu dituzte, eta horiek interpretatu beharko dituzte, ezagutzak ulertu dituztela ziurtatuz edo zalantzak egotekotan horiek argituz, edukiak finkatzeko.

#### *2.9.1.2. Datuen azterketa sakonduz: bataz bestekoa*

Hipotesien lanketan grafikoen interpretazioa landuko dute, baina azpi-proiektu honetan kurrikulumenan azaltzen ez den aspektu bat ere landuko dute, bataz bestekoa. Ikasleei ez zaie esango bataz bestekoa lantzen ari direla, baina azken finean zenbaki arrunten arteko zatiketa landuko da bataz bestekoaren ideia erabilita.

“1.5.2.2. Zentralizazio-parametroak” atalean azaltzen den moduan, taula batean edo grafiko batean ematen den informazioa laburbiltzeko, estatistikan hiru motatako parametroak sortu dira. Azpi-proiektu honetan zentralizazio-parametroen barne sartzen den bataz bestekoa atera beharko dute, zenbaki arrunten zatiketa lantzeko helburuz.

Kontzeptu horiek oso zailak dira Lehen Hezkuntzako hirugarren mailako haurrekin lantzeko, beraz ez zaie azalduko, eta are gutxiago izen formal horiek erabiliko. Aitzitik, aipatutako bataz bestekoari erreferentzia egiteko “banaketa justu” baten inguruan hitz egingo da, hiztegi matematiko konplexuegia erabiltzea ekidituz:

*“Joku baterako hiru talde egin beharko dituzue, zuetariko bakoitza talde bakoitzaren “liderra” izanik. Gainontzeko jokalaria zuen anai-arreba eta lehengusu-lehengusinak izango dira, baina bakoitzak ez du bere familiako guztiekin jolastuko, hau da, talde bakoitzean hiru familietako pertsonak egon daitezke nahastuta. Hori bai, 3 talde horietariko bakoitzean jokalaria kopuru berdina egon behar da. Nola egingo zenukete banaketa?”*

Hau egiteko, material manipulagarria erabiliko da. Txartel edo pieza txikiak erabiliko dira, eta horietako bakoitza senide bat irudikatuko du. Modu honetan, ikasle bakoitzak dituen senide kopuru adina txartel hartuko ditu; esate baterako, lehenengo ikasleak 2 senide baldin baditu, 2 txartel hartuko ditu.

Ondoren, hiru ikasleek beraien fitxak mahai erdian jarritko dituzte eta guztiak nahastu edota elkartuko dituzte. Horrela, mahaian, senide kopuru totala adierazita geratuko da fitxa edo txartel bidez.

Jarraian, ikasle bakoitza bere jokalaria taldea osatzen hasiko da hau da, ikasle bakoitzak berari dagokion txartel kopurua hartuko du. Beraien artean erabaki beharko dute ikasle bakoitzak zenbat fitxa hartu behar dituen guztiek jokalaria kopuru berdina edukitzeko. Modu honetan, senide kopuru totala, zati berdinetan banatuta, batzbestekoaren lanketa egingo dute beraiek jakin gabe.

Proiektuaren metodologia konstruktibismoan oinarrituko denez, ez da ahaztu behar ikasleen ekintza eta esperimentazio propioak duen garrantzia; hortaz, ikasleek beraiek pentsatu beharko dute hau nola egin. Hala ere, zailtasunak izatekotan, irakasleak modu honetan lagunduko du:

*“Hasteko osotara aukeran zenbat jokalaria dauden pentsatu behar duzue, eta horretarako 3en senideak multzo bakarrean elkartu behar dituzue”.*

Puntu horretan galdera berriz errepikatuko zaie:

*“3 talde egin behar badira eta bakoitzean taldekide kopuru berdina badago, zenbat pertsona egongo dira talde bakoitzean?”*

Horrekin ikasleek bere kabuz ariketa bukatzea lortzen ez badute, irakasleak laguntza gehiago emango die:

*“Pertsona guzti horiek dituzue. Orain, 3 talde egin eta kontutan eduki taldeetan pertsona kopuru berdina egon behar dela”*

Hau da, irakasleak laguntza graduala emango du. Hona hemen datu asmatutako datu hipotetikoekin egindako adibidea:

**Ioneren senide kopurua:**



**Marenen senide kopurua:**



**Unairen senide kopurua:**



**23. Irudia.** Ikasle bakoitzaren senide kopurua txartelen bidez adierazita

5. taulako datuak hartuz sosortutako taulako datuak hartuz, horrela geratuko zen ikasle bakoitzaren senide kopurua. Bataz bestekoa lortzeko, karratuak elkartu beharko dituzte, txartel guztiekin multzo bakarra egin (indibiduo guztiak talde bakarrean egongo direlarik) eta hortik abiatuta, 3 multzo berdinetan banatu beharko dituzte, talde bakoitzaren partaide kopuruaren arabera (3ko taldeetan 3 multzo, baina 4ko taldean 4 multzo egin beharko dituzte):



**Ione**



**Maren**



**Unai**

**Soberan:**



**24. Irudia.** Osotara dauden senideen “banaketa justua”: bataz bestekoa

Soberan 2 karratu geratuko lirateke, baina 3 ikasle direnez ezin diogu bakoitzari bat eman; ondorioz, bataz bestekoa 3 eta zertxobait gehiago da. Ikasleekin horrela landuko da (3 ikasleez osatutako 1. talde hipotetikoaren datuekin, betiere):

*“Ikusten den bezala, 2 pertsona soberan geratzen dira, ezin direlako 3 taldetan banatu; beraz, zein izan daiteke haien zeregina?”*

Ikasleek, oraingoan, ideiak bota beharko dituzte, irakasleak ezer inposatu gabe. Ateratako ideiak hauen antzekoak izan daitezkeela pentsatzen da:

*“Horiek jokoaren epaileak izango dira, norbaitek mina hartzekotan erreleboak, jolasen materialaren arduradunak izango dira...”*

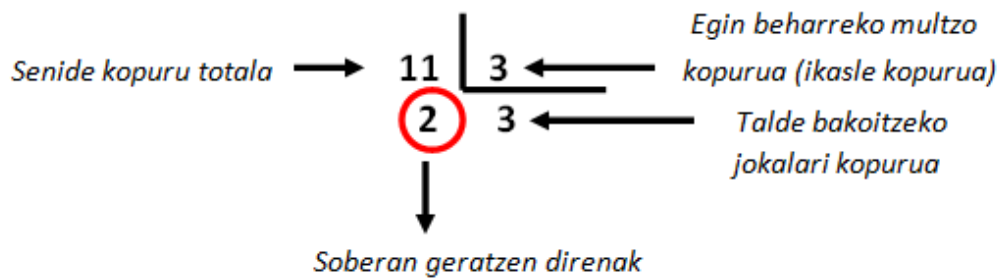
Hau bisualki eta material manipulagarriarekin ulertu eta gero, zatiketaren ebazketarekin lotuko da. Hau instituzionalizazio fasea (Egoera Didaktikoen Teorian azaldu dena) izango litzateke, ezagutzak jakintza bihurtzen diren fasea. Zatiketak kontrolatzen ez dituztenez, irakasleak pausoz pauso azalduko du:

- *11 senide daude guztira, zenbat talde egin behar ditugula esan dugu?*
- *3 talde egin behar direnez, 11 senideak 3tan banatuko ditugu, beraz, nola geratuko da zatiketa?*
- *Osotara dauden senide kopurua /Talde edo multzo kopurua (3) (25. Irudia)*
- *Bukatzeko, emaitzak material manipulagarriekin lortutakoarekin konparatuko dugu, zatiketa ongi egin dugula egiaztatzeko.*

Hau *herena* eta *laurdena* zer den azaltzeko sarrera izango da. Behin testuinguru honetan egonda, beraz, irakasleak *herenaren* eta *laurdenaren* kontzeptuak azaltzeko aukera izango du. Hau ere material manipulagarriarekin egingo du.

Zati 3 egin behar dutenez, herenaren (1/3) kontzeptua azalduko zaie; izan ere, LH3-ko Curriculumean honen lanketa ageri da:

- *Zatikiaren kontzeptu intuitiboa, zatien eta osotasunaren arteko erlazio gisa*
- *Bikoitza, hirukoitza, erdia, herena, laurdena... adierazpenak ulertu eta testuinguru desberdinetan erabiltzen ditu*



## 25. Irudia. Batz bestekoa lortzeko egin beharreko zatiketa

Beraz, talde bakoitzak 3 jokalarik izango ditu, eta 2 soberan geratzen dira, beste funtzio bat beteko dutenak, jada azaldu den bezala.

Azken ariketa honetan, taldekideen banaketa justua egiteko jardura honetan, zatiketaz gain biderketa eta batuketa ere landu daitezke. Alde batetik, adibidean batuketa pauso honetan landuko litzateke: “Ionek 2 senide ditu, Marenek 4 eta Unaik 5, beraz horiek batu beharko dira, beraz,  $2+4+5$  eragiketa egin beharko da”.

Beste aldetik, LH3n ikasten ari diren biderketa taulak aplikatu ahal izateko, ordea, datuak bestelakoak izan beharko lirateke, hala nola 7, 7 eta 8 senide dituzten ikasleen talde batean. Kasu horretan, hasteko  $7*2$  egin beharko lukete, eta gero horren emaitzari 8 gehitu (hirugarren ikaslearen senide kopurua), guztira dauden senide kopurua kalkulatzeko. Horrelako adibide bat agertzen bada, irakasleak zehaztuko du eragiketa zein modutan egitea nahi duen; izan ere, gerta daiteke ikasleek  $7*2$  egin ordez  $7+7$  egitea, biderketa inon sartu gabe.

### 2.9.2. Bigarren azpi-proiektua: aldagai kualitatiboa

Lehenengo proiektua eta gero, aldagai kualitatibo baten datuak biltzeko proiektua dator. Kasu honetan ikasle bakoitzaren senide bakoitza zein ikasketa etapan dagoen ezagutu nahi da, beraz, erantzunak ez dira zifra zehatzak izango (nahiz eta etapa akademikoa apuntatzeaz gain hipotesi gehiago ahal izateko adina ere apuntatuko den) eta ondorioz ezin izango dute bataz bestekoa atera. Hori aprobetxatuz eta zatiketarik egingo ez dutenez, kasu honetan berdina da talde bakoitzeko ikasle kopurua bi zifrako zenbakia izatea. Beraz, kasu honetan gela bitan zatituko da, bi talde sortuz: lehenengoa 12 ikaslekoa eta bigarrena 13 ikaslekoa. Horrela, atal honetan aurrekoan baino datu gehiagorekin lan egin ahal izango dute.

Ikasleei egoera aurkeztuko zaie:

*“Kasu honetan talde bakoitzak ikasketa etaparen arabera jolasak diseinatu behar dituzue. HHrako joku batzuk pentsatu behar dituzue, LHrako beste batzuk eta DBHko senideentzat beste batzuk. Baina aldez aurretik etapa bakoitzean zenbat pertsona dauden ezagutu beharko duzue, jolasak ongi antolatu ahal izateko.”*

### *1. Aldez aurreko hipotesiak*

Honekin hasteko, ikasleek datu hori lortzeko galdera posibleak proposatu beharko dituzte. Datu bilketaren aldagai estatistikorekin erlazionatuta dagoen galdera beraiek formulatzea izango da helburua, hortaz, irakasleak horretan lagunduko du, baina bere eginkizuna haurrak bideratzea izango da. Horretarako, honen antzeko galderak egin dezake:

*“Zein galdera egingo zenukete datu hau ezagutzeko?”*

*“Zein da elkarri egingo zenuketen galdera?”*

Ikasleek badute egoki egiten irakasleak bideratuko ditu hurrengo galderak lortu arte:

- Zenbat urte dute zure senideek?
- Zein etapan daude?
  - HH (5-6 urteak arte)
  - LH (6-12 urte bitartean)
  - DBH (12-16 urte bitartean)



Ikasleen adina 8-9 urte direnez, senide heldu (16 urte baino gehiago) asko izango ez dituztela pentsa dezakegu; hala ere, datuak biltzean behar izatekotan, irakasleak laugarren aukera bat sortzeko aukera dagoela azalduko du (DBH baino gehiago), baina hori erantzunak izan arte ezin izango da egiaztatu.

Senideen urteak ere apuntatuko dira, baina proiektua burutzeko eta grafikoak egiteko etaparen arabera hiru erantzun posibleak kontuan hartuko dira.

Hasteko, ikasle bakoitzak bere senideen informazioa jaso beharko du, aurreko azpi-proiektuan bezala, gurasoei galdetuz. Bakoitzak bere senideen informazioa daukanez, gelan proiektua hasi daiteke. Proiektu honetan ere, aurrekoan bezala, ikasleak ez du informazioa bere ikaskideekin oraindik partekatuko. Horretarako, irakasleak hurrengo galderak egingo ditu:

- Senide guztiak kontutan hartuz, zein jolasetan uste duzue egongo direla partaide gehiago, Haur Hezkuntzan, Lehen Hezkuntzan edo DBH-n?
- Seniderik helduena, HHn egongo da?
- Seniderik gazteena, HHn egongo da?
- Haur Hezkuntza, Lehen Hezkuntza eta DBH-rako jolasak prestatuko ditugula esan dugu, baina, uste al duzue beste adinetarako zerbait prestatu behar dugula? Hau da, 16 urte baino gehiagoko senideak egongo direla uste duzue?

Hauen erantzunak orri txuri batean apuntatuko dituzte, amaieran hipotesi hauek emaitza errealekin kontrastatu ahal izateko.

## 2. *Esperimentua aurrera eramatea eta datuen bilketa*

Atal kuantitatiboan bezala, aurreko pausoan zein galdera egingo den zehaztu dutenez, galdera nori egin behar dieten pentsatu beharko dute. Talde bakoitzak bere kideei buruzko datuak bilduko dituzenez, *idazkari* (proposamenaren sarreran azalduko puzzle metodologia eta metodologia kooperatiboa kontutan hartuko dira) rola duen ikasleak gainerako taldekideei galdetuko die haien senide bakoitza zein etapatan dagoen, ondoren datu horiek orri batean biltzeko.

Ordezkarik bakoitza beste taldeko ordezkariekin bilduko da eta beste taldeen informazioari buruz galdetuko du eta, azkenean, senide guztiek datuak orrian

apuntatuko ditu. Hau da, 12ko taldean dauden ordezkariak 12 ikasleen senide guztien informazio guztia edukiko du bere orrian bilduta. Aldiz, 13 ikasleaz osatutako taldean dauden ordezkariak 13 ikasleen senideen inguruko datuak jasoko dituzte.

### 3. Datuen bistaratzea

Aurreko azpi-proiektuan bezala, datuak bildu ondoren, horiek ordenatuko dituzte eta modu txukun batean taula bat eraikiko dute.

### 6. Taula. Aldagai kualitatiboaren (senideen etapa) datuak antolatzeko taula

<i>Senideen etapa</i>	<i>Zuen taldeko norbaitek etapa hauetan seniderik badu? (BAI/EZ erantzun)</i>	<i>Nortzuk daukazue seniderik etapa horretan? (Apuntatu ikaslearen izena edo inork)</i>	<i>Etapak bakoitzean dauden senide kopurua gehitu eta zenbakiekin idatzi</i>
<i>Haur Hezkuntza (HH)</i>			
<i>Lehen Hezkuntza (LH)</i>			
<i>DBH</i>			

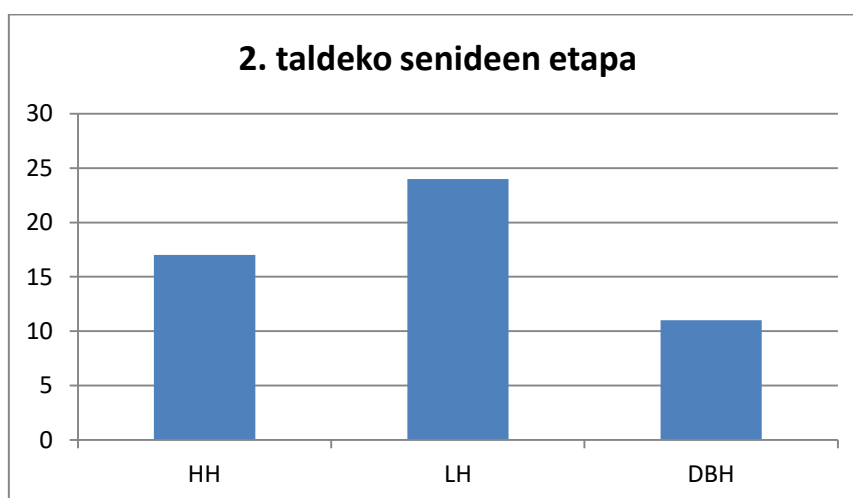
Behin hori eginda, grafikoa sortzeari ekingo diote. Kasu honetan ere barra diagrama egingo dute, atal kuantitatiboan bezala. Oraingoan, ordea, abzisa ardatzean ez dira zenbakiak aterako (senide bat, bi senide...) baizik eta hitzen bitarteko hiru aukera posibleak, hau da, aldagaiaren hiru modalitate posibleak: HH, LH eta DBH. Barra diagrama egiteko, hurrengo pausoak jarraituko dira:

Ikasleek egin beharrekoa hobeto ulertzeko, jarraian datu hipotetikoekin egindako adibidearekin lan egingo da. Demagun 2. taldeko datuak hurrengoak direla:

### 7.Taula. 2. taldeko taula beteta (datu hipotetikoekin)

<i>Senideen etapa</i>	<i>Zuen taldeko norbaitek etapa hauetan seniderik badu? (BAI/EZ erantzun)</i>	<i>Nortzuk daukazue seniderik etapa horretan? (Apuntatu ikaslearen izena edo inork)</i>	<i>Etaparen bakoitzean dauden senide kopurua gehitu eta zenbakiekin idatzi</i>
<i>Haur Hezkuntza (HH)</i>	BAI	Naroa, Xabi, Nahia, Beñat, Ibai	17
<i>Lehen Hezkuntza (LH)</i>	BAI	Naroa, Xabi, Beñat, Ibai, Mikel, Aritz, Aitor, Natalia, Aratz	24
<i>DBH</i>	BAI	Naroa, Beñat, Natalia, Malen, June, Aratz	11

Behin taula hori eginda (ikasleei egokitutako taulan egingo dute beraiek), barra-diagrama sortzeko lehenengo pausoa egingo dute (hau da, senide bakoitzeko laukitxo bat margotuko dute, aurreko azpi-proiektuko barra-diagramaren sorkuntzan bezala), eta bukatzeko barra diagrama osatuta sortuko dute:



**26. Irudia.** Barra diagrama sortzeko azkeneko pausoa (2.taldeko datu hipotetikoekin)

Grafikoa egin eta gero, oraingoan ere grafikoa interpretatu beharko dute, haien artean eztabaidatuz. Ostean, moda atera beharko dute. Aurreko azpi-proiektuan *bataz-bestekoa* landu den moduan, oraingoan *moda* landuko da (modu inplizituan, betiere). *Moda*, maiztasun handienez agertzen den aldagaiaren balioari egiten dio erreferentzia, hau da, gehien errepikatzen den datua dela esan daiteke. Ikasleei horrela bideratuko zaie:

*“Zein jolasek edukiko duten parte hartzaile gehiago? HHkoek? LHkoek edo DBHkoek?”*

Esan bezala, atal honetako erantzunak Haur Hezkuntza (HH), Lehen Hezkuntza (LH) edo DBH (Derrigorrezko Bigarren Hezkuntza) izango dira. Bataz bestekoa kalkulatu ahal izateko, ordea, ezinbestekoa da erantzunak zenbakiak izatea, beraz, kasu honetan moda soilik aterako da.

Modu berean, aurreko atalean moda ez ateratzearen justifikazioa hurrengoa da: talde bakoitzean soilik 3 edo 4 ikasle daudenez, oso posiblea da kasu gehienetan maiztasun absolutua 0 edo 1 izatea. Ondorioz, moda kalkulatzek ez du zentzu handirik izango.

#### *4. Aieruak eta horien balioztatzea / Hipotesiak kontrastatu*

Hau egin eta gero, ateratako datuak haien hasierako hipotesiekin kontrastatuko dituzte, betetzen diren edo ez ikusteko. Hipotesietan apuntatutako erantzunak irakurriko dira eta erantzun errealekin bat egiten duten edo ez ikusiko dute.

Hasierako pausoan proposatutako hipotesien galderak kontuan hartuz, modu hipotetikoan ikasleek aterako lituzketen ondorio posibleak zeintzuk izango liratekeen pentsa daiteke. Lehen Hezkuntzako ikasleak direla kontuan hartuz, printzipioz senide gehienak ere Lehen Hezkuntzakoak izan ahal direla aurreikus daiteke, baita seniderik gazteena HHn egongo dela. Horretaz aparte, 16 urte baino gehiago senideak egotea posible da; hala ere, egotekotan gehiengoa osatuko ez dutela pentsa daiteke.

Erantzunak ikusita, hasierako hipotesiak modu orokorrean bete daitezke, ikusi dugun bezala LHn 24 ikasle baitaude, HHn 17 eta DBHn 11. Hala ere, talde batetik bestera aldaketa handiak egon ahal dira, bai adina eta bai senide kopuruari dagokionez.

Era berean, bi talde horietan ez dago 16 urte baino gehiagoko seniderik, baina beste talderen batean egotea ez litzateke arraroa izango.

Orokorrean, ikasleen hipotesiak gutxi gorabehera zeintzuk izango diren pentsa daiteke, baina horrek ez du bermatuko emaitzak horrela izango direnik, eta amaierako datuekin kontrastatu arte ezin dira ondorio zuzenak atera.

## ONDORIOAK

Proiektu honen bitartez estatistika eta zenbakikuntzako ariketak ikasgelan modu integralean nola landu daitezkeen aztertu da. Hau egiteko, bi oinarri nagusi kontutan hartu dira: metodologia konstruktibista eta Singapurreko eredua (Matematikako arlorazuzenduta).

Alde batetik, lan honetan zehar askotan aipatu den bezala, metodologia konstruktibista haurraren ekintzan eta esperimentazioan oinarritzen da, eta hori proiektu estatistiko honetan aplikatu nahi izan da, talde kooperatiboak sortuz. Izan ere, Matematikako ikasgaia askotan aspergarria eta mekanikoa izaten da haurrentzako, lanaren hasieran azaldu den bezala, testuingururik gabeko ariketak egitera ohituta baitaude, eta modu horretan oso posiblea da zentzurik ez ikustea eta motibazioa ez izatea.

Bestetik Singapurreko eredua aplikatu da grafikoak sortzerako orduan. Eredua hori jarraituz, barra-diagramen eraikuntza modu ezberdinetan egin behar da haurraren garapen kognitiboaren arabera. Lehen Hezkuntzako 1. mailan piktogramak egitea egokiena dela ikusi da, piktogramako elementu bakoitzak indibiduo bat adierazten duelarik. Bigarren mailan aldiz, piktograma horiek abstrakzio maila handiago bat izaten dute. Maila honetan, gutxinaka eskala sartu behar da ikasleek, azkenean, ohiko barra-diagramak egin ahal izateko. Beraz, Lehen Hezkuntzan erabili beharreko piktogrametan azaltzen diren elementu bakoitzak 2, 3, 4... indibiduo adieraziko ditu (10. Irudian ikusi den bezala). Azkenik, Lehen Hezkuntzako 3. mailan dauden ikasleek diagrama hauen adierazpen abstraktua egiteko gai izan beharko lirateke, barra-diagrama egiteko gai hain zuzen ere.

Proposamen didaktikoan aurkezten diren ariketak LH3ko ikasleentzat bideratuta daudenez, barra-diagramaren adierazpena landu nahi izan da. Hala ere, hasierako proiektuan, piktograma batetik hasi behar ziren ikasleak, ondoren barra-diagramara pasatzeko. Ikasle hauek oraindik ez dute estatistika landu kurtso honetan, beraz, hasieran grafika bisualago bat egiteak eta, ondoren, indormazio hori barra diagramara eramateak, diagramaren eraikuntzaren ulermena erraztuko duela uste izan da.

Printzipioz, bi oinarri horiek aplikatuz haurrentzat motibagarriagoa izango da; gainera, testuingurua haientzat erreal eta posiblea izanik lanean gehiago inplikaturako direla aurreikus daiteke. Proiektu honetan, zehazki, “Jolasen festa” gaia aukeratu da, eskolan jolasen jardunaldia egingo dela argudiatuz, non ikasleak eta haien anai-arreba eta lehenengusuek lehenengusuenak parte hartuko duten. Horretarako, ikasleak inplikatuko beharko dira eta lehenengo pausoa senideen datuak (adina, kopurua...) ezagutzea izango da, estatistika proiektuari hasiera emanez.

Nafarroako Curriculumak kontuan hartuz, esan bezala, eragiketa edo problema aritmetiko isolatuei garrantzi handia ematen zaie, eta horrela isladatzen dute testu liburuek. Lan honen bitartez, aldiz, azkeneko lerroetan agertzen diren edukiak (estatistika, kasu honetan) ere haurren eguneroko bizitzan presentzia izan ahal dutela eta beraz, baliagarriak eta beharrezkoak direla erakutsi da.

Hori kontuan hartuz, testuinguru estatistikoa zenbakiak eta eragiketak lantzeko aproposa dela ikusi da, izan ere, lan honetan proposatutako ariketen bitartez zenbakiak, batuketak eta zatiketak landu dira, eta biderketak lantzea ere posible izango litzateke (jardueraren antolaketa aldatuz gero).

Gainera, ikusi da ikasleek batzuetan bestekin lehenengo harremana izan dezaketeela, betiere planteatzen zaiena modu egokian eta beraien garapen kognitibora egokitzen diren enuntziatuak proposatzen badira.

Curriculumak ez du esaten batzuetan bestekoa landu daitekeela, baina transposizio didaktikoa eginez gero, hau da, objektuaren bertsio didaktikoa lortzeko helburua ezagutza bati transformazio desberdinak eginez (jakintza objektu izatetik irakatsitako objektura izatera igarotzeko) posiblea dela ikusi da. Modu honetan, batzuetan bestekorako lehenengo hurbilpena egiten da haurrekin, beraiek hori kalkulatzeko ari direla jakin gabe, “banaketa justu” batean pentsatzen egongo baitira.

Horrez gain, lan honek ikasgelan erabiltzen diren zenbait materialen inguruko hausnarketa egitera bultzatu ahal gaitu, urteak pasa ahala eta aldaketak egon ahala, materialak aldatzea edo moldatzea ere egoki izan daitekeelako.

Aipatzekoa da, ordea, tamalez gaur egungo egoerak ez duela proposamen hau klase batean aplikatzeko aukera ematen, eta ezinezkoa izan da hipotesietatik haratago joatea; beraz, egoera errealean haurrak nola jokatu zuten, eraginkorra izango zen edo ez, aurreikusi gabeko arazoak zeintzuk ziren eta abar aztertzea ezinezkoa izan da.

Hala ere, hasierako helburuetan aipatu den moduan, Covid-19-k eragindako egoera dela eta, hasiera bateko helburuak egokitu dira, eta horiek bete direla esan daiteke: Lehen Hezkuntzako haurren garapen kognitiboa eta adimenaren garapenaren deskribapena egitea, oinarri teorikoei egokitutako jarduerak diseinatzea eta LH3 mailan estatistika eta zenbakikuntzaren inguruan landu beharreko ezagutzak zeintzuk diren eta ikasgelan nola landu behar diren azaltzea (hori egiteko kontuan hartu diren teoriak ere azalduz).

Beraz, proiektu hau ikasgelan martxan jartzea geratuko zen. Bere diseinuak matematikaren didaktikak dituen oinarri teorikoa izan arren, ikasgelan probatu beharko zen ikasleen akzioak, erantzunak, zailtasunak, zalantzak...ikusi ahal izateko. Horrela, proiektuak diseinu egokia duen edo ez ikusi ahalko da. Ikasleak ondo aritzen badira eta jardueren helburuak betetzen badira, diseinua egokia dela esan liteke. Aldiz, gerta daiteke martxan jarrita, proiektua ikasleen gaitasun edo beharretara ezte haztea eta aldaketak egitea egokia izatea. Beraz, proiektuaren esperientazioa ikertzea geratuko litzateke. Horrela, galdera ireki hauek geratzen dira:

- Proiektuaren diseinua egokia da eta ikasleek aritmetika eta estatistikaren inguruko ezagutzak garatzea ahalbidetzen du?
- Aldaketak egitekotan, sakonak izango dira edo aldaketa sinpleak izan beharko luketa?



## CONCLUSIONES

Mediante esta propuesta didáctica se ha analizado cómo integrar contenidos matemáticos relacionados con la numeración en un proyecto estadístico. Para llevar a cabo este trabajo, los puntos mas importantes que se han tenido en cuenta son los siguientes: la metodología constructivista y el método Singapur.

Por un lado, como ya se ha mencionado durante todo el trabajo, la metodología constructivista se basa en la acción y la experimentación del niño, y para aplicar esos principios en este proyecto se ha propuesto crear grupos cooperativos.

Como ya se ha explicado en las primeras páginas de este trabajo, la asignatura de Matemáticas muchas veces resulta aburrida y mecánica ara los niños, ya que están acostumbrados a hacer ejercicios sin contexto, y de esa manera es muy probable no tener motivación por aprender.

Por otro lado, se ha aplicado el método de Singapur a la hora de crear los gráficos. Siguiendo ese modelo, la construcción del diagrama de barras se debe hacer de diferente manera dependiendo del desarrollo cognitivo del niños. En 1º de Primaria lo más adecuado es hacer pictogramas, donde cada elemento representa un individuo. En 2º de Primaria, sin embargo, tendrán un nivel de abstracción mayor. En este curso, se empiezan a incorporar escalas poco a poco, para facilitar que en cursos superiores los alumnos sean capaces de hacer los diagramas de barras complejos. Por lo tanto, en los pictogramas que hay que utilizar en Primaria, cada elemento representara 2, 3, 4... individuos (como se ha visto en la imagen nº 10). Por último, los alumnos que cursan en 3º de Primaria deberían ser capaces de hacer esta representación abstracta, es decir, de hacer el diagrama de barras complejo.

En principio, aplicar estos dos métodos de enseñanza puede crear más motivación en los niños; además, se puede prever que se implicarán más en el proyecto si el contexto es real para ellos. En este proyecto en concreto, se ha elegido el tema “Fiesta de los juegos”, argumentando que en la escuela se va a celebrar una jornada de juegos donde participaran los alumnos y sus respectivos hermanos, hermanas, primos y primas. Para poder llevarlo a cabo, los alumnos se tendrán que implicar y el primer paso será

conocer los datos (edad, cantidad...) de dichos familiares, dando así comienzo a este proyecto estadístico.

Teniendo en cuenta el Curriculum de Educación Primaria de Navarra, siempre se ha le ha dado importancia a los problemas aritméticos, a pesar de que estos se trabajaran de una manera mecánica y aislada. Sin embargo, mediante este trabajo se ha demostrado que los contenidos que figuran en las últimas líneas del Curriculum también tienen presencia en la vida diaria de los niños, y por lo tanto, que son válidos y necesarios.

Teniendo en cuenta todo esto, se ha visto que el contexto estadístico es adecuado para trabajar números y operaciones, ya que en los ejercicios de este trabajo también implican el trabajo de contenidos de numeración, sumas y divisiones (también sería posible trabajar la multiplicación cambiando los datos de los ejercicios)

Además, se ha visto que los alumnos pueden tener el primer contacto con el concepto de “media”, siempre que esto se plantee de una manera adecuada a su desarrollo cognitivo.

El Curriculum no menciona trabajar el concepto de “media”, pero haciendo una transposición didáctica, es decir, transformando un conocimiento con el objetivo de conseguir la versión didáctica de este (convertir un objeto de conocimiento en un objeto de enseñanza), es posible que los alumnos lo lleguen a entender. De este modo, los niños trabajaran por primera vez con la “media”, aunque ellos no sean conscientes ya que estarán pensando en una “justa división”.

Aparte de esto, este trabajo puede empujarnos a hacer una reflexión sobre los materiales utilizados en la clase, ya que a medida que los años pasan y vemos cambios en la educación y en la sociedad, también sería adecuado ir adaptando y cambiando los materiales didácticos.

Sin embargo, es importante mencionar que debido a la situación que vivimos hoy en día no se ha podido aplicar esta propuesta en una clase, y es imposible ir más allá de nuestras hipótesis; por ello, es imposible analizar cómo se comportarían los niños en

una situación real, si sería efectivo o no, cuáles serían los problemas a los que no nos hemos anticipado...etc.

Aún así, como se ha mencionado en los objetivos del principio, debido a esta situación por Covid-19, se han adaptado los objetivos y se podría decir que se han cumplido: hacer una descripción del desarrollo cognitivo de los niños, diseñar ejercicios adaptados a las bases teóricas explicadas y explicar cuáles son y cómo se deben enseñar los conocimientos sobre estadística y numeración de 3º de Primaria.

Por lo tanto, faltaría poner en marcha este proyecto en una clase real. Aunque su diseño tiene las bases de la didáctica de las Matemáticas, tendría que probarse en el aula para poder ver las acciones, respuestas, dificultades, dudas... de los alumnos. Así, se podría ver si el diseño del proyecto es adecuado o no. Si los alumnos lo entienden bien y se cumplen los objetivos de las actividades, se podría decir que el diseño es adecuado; por el contrario, podría pasar que al poner en marcha el proyecto se observe que no está adaptado a las capacidades y necesidades de los alumnos, teniendo que hacer algunos cambios y adaptaciones. Por todo ello, como ya se ha mencionado, faltaría analizar la experimentación del proyecto, y quedarían por resolver las siguientes preguntas:

- Es el proyecto adecuado y permite que los alumnos desarrollen conocimientos relacionados con la aritmética y la estadística?
- En caso de haber cambios, serían grandes cambios o solamente habría que cambiar pequeñas cosas?

## ERREFERENTZIAK

Abaurrea, J.; Lasa, A. (2018). *Matematikaren didaktika. Estatistika eta geometria Lehen Hezkuntzako irakasleentzat*. Bilbo: Udako Euskal Unibertsitatea

Arteaga, B. y Macías, J. (2016). *La construcción el conocimiento matemático en Educación Infantil*. Logroño: UNIR.

Batanero, C.; Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Granada: ReproDigital. Facultad de Ciencias. [Hemen ikusia (2020/04/30): <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf>]

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal

Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las Matemáticas. Infantil*. Madrid: Pearson.

Chamorro, M (2003). *Didáctica de las Matemáticas. Primaria*. Madrid: Pearson

Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Ciudad: Editorial

Delgado, E. B. (2009): *Psicología del desarrollo. Desde la infancia a la vejez*, 2. liburukia, Mc Graw Hill, Madril. (Eurkarara itzultako dokumentua: Pentsameduaren garapena. III. Blokea)

Foru Dekretua 60/2014 (2014). *Lehen Hezkuntzako Curriculum*. Nafarroako Aldizkari Ofiziala.

Frames of Mind. Gardner Howard (1983). *Frames of Mind. The Theory of Multiple Intelligences*. New York: Basic Books

Haranburu, M. (2006). Piageten Epistemologia Genetikoa. EHUko Psikologia Fakultatea eta ILCLI

Lasa, A. (2015). *Jarduera matematikoa eredu dinamikoen laguntzaz*. Bilbo: Elkar

Marshall Cavendish International –Singapore- (2003). *Primary Mathematics 1B Workbook*. U.S. Edition: Oregon City. [Hemen ikusia (2020/04/30): [https://es.slideshare.net/cschin\\_art/singapore-primary-mathematics-1b-workbook](https://es.slideshare.net/cschin_art/singapore-primary-mathematics-1b-workbook)]

Marshall Cavendish Education –Singapore- (2003). *Primary Mathematics 3B textbook*. U.S. Edition: Oregon City. [Hemen ikusia (2020/04/30): [https://es.slideshare.net/cschin\\_art/primary-mathematics-3b-textbookpdf](https://es.slideshare.net/cschin_art/primary-mathematics-3b-textbookpdf)]

Pons, E.; Roquet-Jalmar, D. (2005). *Desarrollo cognitivo y motor*. Barcelona: Altamar. [Mikel Etxebestek itzulita, 2005. Hemen ikusia (2020/04/30) <https://garapenkognitibo.files.wordpress.com/2008/11/garapen-kognitibo-eta-motorea.pdf>]

Rodríguez, S. (2011). *El método de enseñanza de Matemática Singapur: "Pensar sin límites"*. Revista Pandora: Brasil

Triglia, A. (2019). *Las 4 etapas del desarrollo cognitivo de Jean Piaget*. Mexico: UDGVirtual. [Hemen ikusia (2020/05/01): <https://psicologiyamente.com/desarrollo/etapas-desarrollo-cognitivo-jean-piaget>]

## ERANSKINAK

### Eranskinak I: Ikasleen fitxak

Ikasleekin proiektu estatistiko hau aurrera eramateko, talde bakoitzari hurrengo argibideak emango zaie (fitxa errealetan pauso bakoitzean idazteko leku handiago izanen dute).

*Demagun egun hauetan “Jolasen Festa” izeneko jardunaldi bat antolatu behar duzuela zuek eta zuen anai-arreba eta lehengusu-lehengusinek jolasteko. Beraz, jolasak pentsatzeaz gain, parte hartzaileen informazioa ezagutu behar dugu. Alde batetik, jardunaldian parte hartuko duten senide kopurua ezagutu behar duzue, eta, bestetik, senide hauen adina.*

*Zuen ustez jolas berdinak proposatu dakieke HHn eta LHN dagoen pertsona bateri? Era beran, DBHko bati HHko ume bateri planteatzen ahal zaion jolas bat planteatu dakioke? Edo aspertuko da?*

*Antolaketa errezagoa izateko, 3 taldeetan banatuko zarete (salbuespena izango den 4ko talde bat egongo da). 3kote bakoitzak bere senideentzako jokoak prestatu behar ditu eta, beraz, hirukote bakoitzak 3 familientzako jardunaldia prestatu eta antolatu behar du.*

*Horretarako, haiei buruzko zenbait datu biltzea beharrezkoa izango da. Alde batetik, jardunaldian parte hartuko duten senide kopurua ezagutu behar da, eta, bestetik, senide hauen adina.*



<b>1. Behar dituzuen datuak biltzeko, zeintzuk dira elkarri egingo dituzuen galderak?</b>

<b>2. Zer uste duzue gertatuko dela galdetegian? Taula honetan taldean egindako proiektuaren emaitzen buruzko hipotesiak apuntatu beharko dituzue.</b>
--

**Horretarako, irakasleak proposatzen dituen galderak erantzungo dituzue.**

**3. Zuetako bakoitzak zuen datuak apuntatu beharko dituzue etxean galdetu eta gero. Hori egin ostean, zuen taldeko kideekin erantzunak partekatuko dituzue eta horiek hemen bateratuko dituzue. Horretarako, hurrengo taula beteko duzue, pertsona bakoitzaren erantzunak modu ordenatuan apuntatuz.**

**3.1. Atal kuantitatiboa: Senide kopurua**

<i>Senide kopurua</i>	<i>Zuetariko norbaitek senide kopuru hori dauka? (BAI/EZ erantzun)</i>	<i>Nortzuk daukazue senide kopuru hori? (Izena edo inork)</i>	<i>Zenbakiekin idatzi (zenbatek duzuen senide kopuru hori)</i>
2			
3			
4			
5			
6			

**3.2. Atal kualitatiboa: Senideen etapa**

<i>Senideen etapa</i>	<i>Zuen taldeko norbaitek etapa hauetan seniderik badu? (BAI/EZ erantzun)</i>	<i>Nortzuk daukazue seniderik etapa horretan? (Apuntatu ikaslearen izena edo inork)</i>	<i>Etapak bakoitzean dauden senide kopurua gehitu eta zenbakiekin idatzi</i>

<i>Haur Hezkuntza (HH)</i>			
<i>Lehen Hezkuntza (LH)</i>			
<i>DBH</i>			

#### 4. Grafikoak: Barra diagrama

Bukatzeko, irakaslearen laguntzarekin aurretik bildu dituzuen datuekin bi grafiko sortu behar dituzue (*senide kopurua* adierazten duen bat eta horien *adina* adierazten duen beste bat). Horretarako, lehenengo modu sinple batean egingo duzue, eta gero hori garatuko duzue grafiko konplexuago bat sortuz.

Lehenengo grafikoa taldeka egingo duzue; bigarrena, berriz, guztien datuak bildu dituzuenaz, guztien artean egingo duzue.

##### 1. BARRA DIAGRAMA: SENIDE KOPURUA (Orrialde hau laukiduna izan behar da)

➔ Sinplea (lehenengo pausoa).

➔ Konplexua (bigarren pausoa)





2. *BARRA DIAGRAMA: SENIDEEN ADINA (HH, LH, DBH)*

➔ Siplea (lehenengo pausoa)

➔ Konplexua (bigarren pausoa)

